

UNIVERSITATEA „BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA

FACULTATEA DE ISTORIE ȘI FILOSOFIE

ȘCOALA DOCTORALĂ DE FILOSOFIE

TEZĂ DE DOCTORAT

Conducător de doctorat:

CONF. DR. HABIL. VIRGIL DRĂGHICI

Student-doctorand:

HOREA RUSU

2025

UNIVERSITATEA „BABEȘ-BOLYAI” CLUJ-NAPOCA

FACULTATEA DE ISTORIE ȘI FILOSOFIE

ȘCOALA DOCTORALĂ DE FILOSOFIE

**TEOREMELE GÖDELIENE ȘI CONTROVERSA
FILOSOFICĂ REALISM-ANTIREALISM**

Conducător de doctorat:

CONF. DR. HABIL. VIRGIL DRĂGHICI

Student-doctorand:

HOREA RUSU

2025

CUPRINS

INTRODUCERE	6
CAPITOLUL 1. BAZELE CONCEPTUALE ALE CONTROVERSEI REALISM-ANTIREALISM.	17
1.1 Realism semantic vs Antirealism semantic. Formularea controversei	17
1.1.1 Tipuri de realism.	20
1.1.2 Argumente anti-realiste.	24
1.1.3 Realism semantic/Antirealism semantic.	31
1.2 Conceptul tarskian al adevărului	40
1.2.1. Perspectiva asupra adevărului în cadrul AR/R.	51
1.3 Remarci finale	54
CAPITOLUL 2. NOȚIUNEA DE DEMONSTRAȚIE ÎNTR-UN SISTEM AXIOMATIC. FUNCȚII ȘI RELAȚII RECURSIVE.	56
2.1. Axiomatica: Logica propozițiilor, Logica predicatelor, Aritmetica Peano axiomatizată	56
2.2 Demonstrație și deducție în sisteme formale	60
2.3 Funcții și relații numerice. Funcții și relații (primitiv) recursive.	65
2.3.1 Funcții și relații numerice.	67
2.3.2 Funcții și relații (primitiv) recursive.	71
2.4 Exprimabilitatea formală a relațiilor numerice în PA. Reprezentabilitatea formală a funcțiilor numerice în PA	78
2.5 Co-extensivitatea conceptuală: „recursiv”-exprimabil/reprezentabil formal.	80
2.6 Remarci finale.	84
CAPITOLUL 3. TEOREMELE GÖDELIENE (PENTRU PA)	87
3.1 Codificarea expresiilor limbajului PA.	87

3.2 Construcții diagonale în PA (Lema diagonalizării)	93
3.3 Propoziții gödeliene (varianțe)	101
3.3.1. Versiunea diofantiană a teoremei gödeliene.	104
3.3.2. Maniera Grzegorzcyk a versiunii incompletitudinii fără aritmetizare.	106
3.4 Variante de demonstrații ale Teoremelor lui Gödel.	107
3.4.1 Varianta demonstrației fără utilizarea conceptului de ω -consistență.	110
3.4.2. Varianta de demonstrație a lui Stephen Cole Kleene.	116
3.4.3. Interpretarea Turing a metodei Kleene.	117
3.4.4. Varianta de demonstrație prin folosirea paradoxului lui Berry (Richard)	118
3.4.5. Versiuni antirealiste ale teoremelor gödeliene.	119
3.4.6. Versiunile mecanicizate ale teoremelor.	124
3.5 Remarci finale.	125
CAPITOLUL 4. LOGICA MODALĂ A DEMONSTRABILITĂȚII.	127
4.1. Logici modale.	127
4.2 Sistemele modale GL și GLS.	133
4.2 Relația GL-PA (Teorema lui Solovay)	137
4.4 Demonstrații modale ale teoremelor gödeliene.	139
4.4. Versiunea paraconsistentă a teoremelor gödeliene.	143
4.5 Interpretări modale ale dezbaterii AR/R.	146
4.6. Remarci finale.	150
CAPITOLUL 5. SEMNIFICAȚIA FILOSOFICĂ A TEOREMELOR GÖDELIENE ÎN CONTROVERSA FILOSOFICĂ REALISM-ANTIREALISM.	152
5.1 Argumentul Lucas/Penrose.	155

5.2 „Argumentul” S. McCall.	160
5.3 Aplicații în științele cognitive.	163
5.4 Remarci finale.	171
CONCLUZII.	173
BIBLIOGRAFIE.	178

Cuvinte cheie: realism, antirealism, teoremele de incompletitudine, teoremele lui Gödel, realism semantic, antirealism semantic, deflaționism, demonstrabilitate, adevăr, logica modală a demonstrabilității, test Turing, recursivitate, calculabilitate, argumentul Lucas-Penrose, teoria computațională a minții

Rezumat: Teza prezintă maniera în care teoremele de incompletitudine a lui Godel pot fi folosite în cadrul dezbaterii dintre pozițiile filosofice ale realismului și antirealismului semantic. Dezbaterea dintre cele două poziții este una clasică. Punctul de plecare al demersului filosofic este întrebarea care a stat la baza multor cercetări din domeniul filosofiei: elementele pe care le studiem există sau nu, putem să discutăm despre o entitate abstractă ca fiind una despre care să fim siguri că există independent de prezența sau nu a omului? Dată fiind apariția aproape ubicuă a acestor dezbateri în cadrul istoriei filosofiei, putem spune că aceasta reprezintă una dintre temele esențiale ale acesteia. Aceste teze au fost îndelung dezbătute, acoperind un câmp larg de posibile răspunsuri, de la o extremă la alta: de la scepticismul cartezian, în care o poziție de plecare filosofică este situația în care nu mai avem niciun fel de încredere în simțurile noastre cu privire la lumea externă, la situația în care avem încredere în anumite entități care determină forma elementelor lumii noastre, cum este de exemplu în poziția platonice. Pentru a prezenta argumentele celor două poziții s-au folosit idei din logică, psihologie, sociologie. Se discuta despre interpretarea influențată de turnura lingvistică a acestei dezbateri.

Lucrarea de față se va concentra asupra dezbaterii dintre poziția realistă și cea antirealistă semantic, unde discuția se axează pe natura adevărului. Pe scurt, poziția realistă prezentată va fi aceea că adevărul este o chestiune transcendențială, și care poate fi aplicat teoretic vorbind, oricărei propoziții, permițând astfel să spunem despre orice propoziție declarativă că este adevărată sau falsă. Sunt mai multe argumente care încearcă să infirme această poziție, o parte din ele vor fi prezentate inclusiv în Capitolul 1 în cadrul expunerii unor argumente generale ale antirealismului, care nu sunt exclusiv semantice. Dezbaterea pe tema acestui subiect este una esențială în cadrul logicii matematice, și nu numai, conceptul de adevăr fiind unul central. În baza cărui aspect spunem că ceva este adevărat și cum interpretăm faptul că ceva este adevărat? Chiar dacă pare intuitiv, dacă analizăm în profunzime observăm anumite aspecte problematice ale explicării și generalizării acestui concept. Ce înseamnă că ceva este adevărat într-un limbaj formal? Spre exemplu, așa cum consideră perspectiva deflaționistă a adevărului, atunci când spunem că ceva este adevărat, acest concept este de fapt unul superfluu? Sau adevărul se află într-o corespondență dintre afirmațiile exprimate și starea de fapt a lucrurilor la care se referă propoziția?

Unul dintre argumentele centrale în cadrul dezbaterii dintre antirealism și realism este constituit de către teoremele de incompletitudine, dezvoltate de către Kurt Gödel, dat fiind că au o relevanță esențială în cadrul problemei: dacă mulțimea propozițiilor demonstrabile se poate suprapune cu mulțimea propozițiilor adevărate. Argumentele din interiorul celor două poziții filosofice, luate la început la nivel general, vor fi analizate în funcție de modul în care acestea se raportează la aceste teoreme de incompletitudine. În același timp, vor fi prezentate o serie de

implicații care derivă din cadrul teoremelor gödeliene și se va discuta impactul pe care l-ar avea sau nu în cadrul unor domenii precum științele cognitive.

În Capitolul 1 vor fi prezentate mai pe larg aceste poziții, axându-ne pe principalele teorii care stau la baza unor demonstrații logice. Teoria tarskiană a adevărului este un punct de dezbatere între filosofi din cele două poziții, astfel că va fi prezentată atât din perspectiva realistă cât și din cea antirealistă. În plus, prin prisma problemelor din filosofia matematicii existente în vremea lui Tarski, se va clarifica motivația care stă în spatele acestei construcții făcute de filosoful polonez. În primul rând, se vor discuta paradoxurile logico-matematice care au reapărut în scenă în jurul perioadei de trecere dintre secolul XIX și secolul XX. Implicațiile acestora, alături de rezolvările propuse, problematizau susținerea unor diferite poziții filosofice. Astfel că importanța acestora se relevă și prin rolul explicativ pe care îl au pentru a înțelege raționamentul soluțiilor. Teoria adevărului dezvoltată de către Tarski, influențat atât de domeniul matematic al teoriei mulțimilor în care era specializat, cât și de diferite curente filosofice din perioadă, ocupă un rol central în cadrul logicii. Prin urmare, va fi prezentată în detaliu, accentuând implicațiile oferite de aceasta. O parte din aceste implicații rezultate din teoria tarskiană a adevărului vor fi relaționate pe parcurs cu diferite aspecte din capitolele ulterioare, când vor fi prezentate diferite metode de demonstrație ale teoremelor gödeliene. Pe lângă acest fapt, teoria tarskiană a adevărului este esențială, dat fiind că se va discuta despre modul în care ne putem raporta la adevăr, în cadrul lucrării prezentându-se și alte teorii importante precum cea a deflaționismului, situată în contextul unei demonstrații care să susțină poziția anti-realistă.

În cadrul tezei, voi prezenta întregul aparat necesar pentru a construi argumentele logico-matematice în vederea susținerii teoremelor. Astfel, Capitolul 2 se va concentra pe toate elementele necesare metodei de bază a tezei, demonstrația logico-matematică. În acest capitol, se vor prezenta elementele de recursivitate, cu diferitele interpretări posibile ale acestor concepte. În capitolul de față, dat fiind că demonstrația logico-matematică va reprezenta un element de bază în metoda de argumentare, se vor expune atât întregul sistem cât și metodele de inferență alături de interpretarea filosofică a acestora. Recursivitatea și calculabilitatea fiind elemente cheie în discuție, au fost interpretate în mai multe maniere, în funcție de cercetătorii care s-au dedicat acestora, și reprezintă efortul conjugat al mai multor logicieni din anii '20-'30 ai secolului trecut. Aceste concepte vor fi discutate în detaliu, dată fiind necesitatea clarificării acestora; în literatura de specialitate, după cum subliniază unii autori (Soare 1999), existând anumite confuzii în distingerea termenilor.

În Capitolul 3, am decis să prezint o parte din diferitele demonstrații făcute celor două teoreme. Scopul principal este prezentarea modului de demonstrare făcut atât în maniera originală, respectiv în manierele clasice, cât și a unor interpretări diferite. Se va discuta despre raționamentul gödelian original, care vine în concordanță cu motivația construcției demonstrației și scopul în baza căreia a fost derulată cercetarea logicianului austriac. Va putea fi observat că putem obține acest rezultat prin intermediul unor diferite instrumente logice, nu doar în condițiile și prin tehnicile originale. În plus, se va discuta despre interpretarea posibilă prin cadrul unei demonstrații deflaționiste, astfel încât să putem aborda modul în care se pot interpreta teoremele de

incompletitudine în interiorul dezbaterii dintre antirealism și realismul semantic. Așadar, se va prezenta modul în care se interpretează predicatul adevărului în cadrul teoremelor de incompletitudine, respectiv cum se poate argumenta în favoarea unei poziții sau a alteia. Tehnic vorbind, acest capitol este o compilație a unor demonstrații importante, atât din punct de vedere istoric, cât și în ceea ce privește relevanța în cadrul dezbaterii dintre antirealismul și realismul semantic. O parte din ele sunt făcute în cadre diferite, subliniind astfel aspectul general al teoremei. Voi contribui atât cu propriile comentarii la pașii acestor demonstrații, cât și cu o parte din posibilele implicații oferite de cadrul folosit în acestea. Așa cum am subliniat și în lucrare, consider că pe lângă modul de interpretare al rezultatului efectiv, care poate că nu are o relevanță pragmatică foarte mare, elementul central îl constituie modul de demonstrație. De exemplu, numerotarea Gödel este un concept deosebit de important din punct de vedere istoric, aceasta fiind un element de pionierat în cadrul unor domenii precum cel al ciberneticii.

În penultimul capitol, aspectul central va fi cel al predicatului demonstrabilității. Folosind logica modală, există diferite implicații cauzate de modul de interpretare al predicatului modal, în cazul de față, interpretarea predicatului clasic ($\Box$) prin faptul de a fi demonstrabil. Motivația stă în următoarea problemă filosofică: există momente în care adevărul transcende demonstrația? Cu alte cuvinte, putem sau nu suprapune mulțimea propozițiilor demonstrabile cu cea a propozițiilor adevărate, într-un sistem dat? Dacă nu, putem izola acele propoziții adevărate și nedemonstrabile și putem surprinde elementul care le diferențiază de alte propoziții normale pentru a înțelege mai clar acel element din afara demonstrației? Această discuție intră în problema clasică elaborată inclusiv de către Ludwig Wittgenstein, prin celebra sintagmă „Semnificația este utilizare” („Meaning is use”). Dacă în interiorul anti-realismului adevărul este doar acela care poate fi verificat prin instrumentele pe care le folosim pentru a ne susține tezele: știință, argumentare logico-matematică, atunci cum rămâne cu acele propoziții care transcend demonstrația? În această discuție, teoremele gödeliene sunt foarte importante, dată fiind problema pe care o discută: în anumite sisteme, care trebuie să îndeplinească anumite condiții relativ simple, există propoziții care nu sunt demonstrabile, le vom numi nedecidabile, dar despre care, unii oameni vor putea declara că sunt adevărate.

În ultimul capitol discuția se va centra asupra unei teme actuale, care discută despre posibilitatea simulării calculabilității umane. În urma unor dezvoltări la nivel tehnologic, în special apariția mașinilor de calcul în anii '50 ai secolului trecut, alături de diferite deschideri din punct de vedere teoretic, în special revoluția cognitivă, elementele de lingvistică dezvoltate de către Noah Chomsky, a început să se discute despre posibilele diferențe dintre inteligența artificială și inteligența umană. Dat fiind faptul că elementul central în cognitivism îl reprezintă aparatul de calcul, definiție care este îndeplinită de ambele entități discutate, întrebarea care se propune este dacă, în elemente de raționament structurat, suntem diferiți sau dacă putem fi depășiți de către AI. Normal, discuția nu este în ceea ce privește capacitatea de calcul, ci la nivel calitativ, dacă există o diferență, dacă mintea poate fi sau nu simulată prin intermediul unui sistem logico-matematic complex. Unul dintre pilonii argumentării împotriva acestei simulări se bazează pe teoremele de

incompletitudine. Au existat două valuri de argumentări, unul în jurul anilor '60 și unul în jurul anilor '90 ai secolului trecut prin care se folosea argumentul gödelian ca demonstrație a unei superiorități a intelectului uman în dauna celui artificial. Eu voi prezenta atât problemele semnalate de alți autori în ceea ce privește demonstrația logico-matematică, pe lângă care voi veni cu o argumentare personală care atacă inclusiv ideea de bază a subiectului, anume perspectiva personalizantă asupra mașinilor de calcul, luate la nivelul general drept mașini Turing universale. Consider că pe lângă prezentarea pe larg a subiectului, acest argument aduce un element de noutate în cadrul dezbaterii, prin faptul că tratează testul Turing drept un element tipic psihologiei umane, ca element de testare a veridicității unor acțiuni sau răspunsuri din partea altor persoane. Prin acest aspect și prin personalizare, tindem să ometem elementele centrale ale argumentării, fapt care ne conduce la tratarea teoremelor gödeliene drept un indicator al elementului lipsă din cadrul posibilei simulări de către un calculator al minții umane.

Scopul acestei teze este de a actualiza diferite conceptualizări din cadrul dezbaterii, de a oferi interpretări și de a clarifica aceste problematizări. După cum se poate observa, designul cercetării se va concentra pe o parte de fundamentare teoretică, constituită de primele două capitole, și cealaltă jumătate constituită din partea practică a cercetării, formată din demonstrații logice, fundamentate pe baza primelor două capitole. În același timp, mi-am propus ca în dezbateră dintre realism și antirealism, respectiv cea privind mecanicizarea minții umane să folosesc argumente care nu provin doar din cadrul unui domeniu, precum cel al logicii, cât și din alte specializări, precum cea a psihologiei cognitive. Consider că argumentele folosite pot fi utilizate apoi în alte domenii sau debateri, astfel încât să poată să ofere o analiză mai detaliată a subiectelor avute în vedere.

Bibliografie selectivă:

Artemov, Sergei N., & Beklemishev, Lev D. (2005). *Provability logic*. In Handbook of Philosophical Logic, 2nd Edition (pp. 189-360). Dordrecht: Springer Netherlands.

Beklemishev, Lev, and Daniyar Shamkanov (2016). *Some abstract versions of Gödel's second incompleteness theorem based on non-classical logics*. arXiv preprint arXiv:1602.05728.

Boolos, George, (1989). *A new proof of the Gödel incompleteness theorem*. Notices Am. Math. Soc. 36: 388-390.

Boolos, George. *The logic of provability*. Cambridge university press, 1995.

Boolos, George, (1990) *Meaning and method: essays in honor of Hilary Putnam*, Cambridge University Press.

Boyd, Richard (1990). *Realism, conventionality, and 'realism about'*. în George Boolos (ed.), *Meaning and Method: Essays in Honor of Hilary Putnam*. Cambridge și New York: Cambridge University Press. pp. 171-95

Calude, Cristian, (1988) *Adevărat dar nedemonstrabil*, „Știința pentru toți”, Editura Științifică și Enciclopedică, București,.

Carnielli, Walter, and David Fuenmayor, (2020). *Gödel's incompleteness theorems from a paraconsistent perspective*. CLE e-Prints 19.4: 1-37.

Chakravartty, Anjan, (2007) *A metaphysics for scientific realism: Knowing the unobservable*, Cambridge University Press.

Church, Alonzo. (1936) *A note on the Entscheidungsproblem*. The journal of symbolic logic 1.1: 40-41.

Church, Alonzo, (1935), *An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory: Preliminary Report*, Bulletin of the AMS, 41(5): 332–333

da Costa, Newton CA. (1974) *On the theory of inconsistent formal systems*. Notre dame journal of formal logic 15.4: 497-510.

van Dalen, Dirk (2001). *Algorithms and Decision Problems: A Crash Course in Recursion Theory*. Handbook of Philosophical Logic. Dordrecht: Springer Netherlands. 245-311.

- Detlefsen, Michael (2002). *Löb's Theorem as a Limitation on Mechanism*. Minds and Machines 12, 353–381.
- Detlefsen, Michael. (1995) *Wright on the Non-mechanizability of Intuitionist Reasoning*. *Philosophia Mathematica* 3.1, 103-119.
- Devitt, Michael, și Kim Sterelny, (2000) *Limbaș și realitate. O introducere în filosofia limbajului*. (trad. Radu Dudău), Editura Polirom, Iași.
- Drăghici, Virgil (2007) *Logică (Tradițională/Clasică/Modală)*, Ed. EFES, Cluj-Napoca.
- Drăghici, Virgil (2002) *Logică matematică: O investigație asupra rezultatelor lui Hilbert, Gödel, Gentzen și Kleene*, Casa cărții de știință, Cluj-Napoca
- Drăghici, Virgil (2023) *Mathematical logic*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca.
- Drăghici, Virgil (2018) *The reflexivity of a language (some comments on Gödel and Wittgenstein)*. International Journal of Communication Research 8.3: 218-223.
- Dummett, Michael (2000). *Elements of intuitionism*. Vol. 39. Oxford University Press.
- Dummett, Michael A. (1991). *Frege's Philosophy of Mathematics*. Cambridge, MA, USA: Harvard University Press.
- Dummett, Michael. (1993) *The seas of language*. Clarendon Press.
- Dummett, Michael, (1978), *Truth and Other Enigmas*, Harvard University Press,.
- Feferman, Solomon. (1995), *Penrose's Gödelian argument*. *Psyche* 2.7, 21-32.
- Feferman, Solomon. (2004) *Tarski's Conception of Logic*. *Annals of Pure and Applied Logic* 126.1-3: 5–13.
- Feferman, Solomon. (2008) *Tarski's conceptual analysis of semantical notions*. *New essays on Tarski and philosophy* : 72-93.
- Franzén, Torkel (2005). *Gödel's theorem: an incomplete guide to its use and abuse*. AK Peters/CRC Press.

Gardiner, Mark Quentin (2000). *Semantic challenges to realism: Dummett and Putnam*. University of Toronto Press.

Gödel, Kurt. (1986) *Kurt Gödel: Collected works: volume I: publications 1929-1936. Vol. 1*. Oxford University Press, USA.

Gödel, Kurt (1986). *Kurt Gödel: Collected Works, Volume 2: Publications 1938-1974*. Oxford, England and New York, NY, USA: Oxford University Press.

Gödel, Kurt. (1986) *Kurt Gödel: Collected Works: Volume III: Unpublished Essays and Lectures. Vol. 3*. Oxford University Press.

Gödel, Kurt. (1986) *Kurt Gödel: Collected Works: Volume IV: Selected Correspondence, AG. Vol. 4*. Oxford University Press.

Gödel, Kurt (2003). *Kurt Gödel Collected Works: Volume V: Correspondence, H-Z*. Oxford, England: Oxford University Press UK.

Grzegorzczak, Andrzej. (2005) *Undecidability without arithmetization*. *Studia Logica* 79.2: 163-230.

Isaacson, Daniel. (1987) *Arithmetical truth and hidden higher-order concepts*. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. Vol. 122. Elsevier,. 147-169

Isaacson, Daniel. (2011) *Necessary and sufficient conditions for undecidability of the Gödel sentence and its truth*. *Logic, Mathematics, Philosophy, Vintage Enthusiasms: Essays in Honour of John L. Bell*: 135-152.

Jacquette, Dale (2002). *Diagonalization in logic and mathematics*. *Handbook of Philosophical Logic*. Dordrecht: Springer Netherlands,. 55-147.

Japaridze, Giorgi (2003). *Introduction to computability logic*. *Annals of Pure and Applied Logic* 123.1-3: 1-99.

Japaridze, Giorgi, and Dick De Jongh (1998). *The logic of provability*. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. Vol. 137. Elsevier,. 475-546.

Kikuchi, Makoto, și Taishi Kurahashi. (2017) *Generalizations of Gödel's incompleteness theorems for Σ_n -definable theories of arithmetic*. *The review of symbolic logic* 10.4: 603-616.

Kikuchi, Makoto, Taishi Kurahashi și Hiroshi Sakai. (2012) *On proofs of the incompleteness theorems based on Berry's paradox by Vopěnka, Chaitin, and Boolos*. Mathematical Logic Quarterly 58.4-5: 307-316.

Kleene, Stephen Cole, et al. (1952), *Introduction to metamathematics*. Vol. 483. New York: van Nostrand,.

Löb, Martin Hugo. (1955) *Solution of a problem of Leon Henkin*¹. *The Journal of Symbolic Logic* 20.2: 115-118.

Lucas, John R. (1961), *Minds, Machines, and Gödel*. Philosophy 36, 112-127.

Łukowski, Piotr. (2011) *Paradoxes*. Vol. 31. Springer Science & Business Media.

Mendelson, Elliott. (2009) *Introduction to mathematical logic*. CRC press.

Penrose R (1999) *Incertitudinile rațiunii (Umbrele mintii)* (Dana Jalobeanu, trad.) *Editura tehnică, 1999* (Publicată în original în 1994)

Penrose, R (1996), *Mintea noastră... cea de toate zilele*, (Cornelia Rusu si Mircea Rusu, trad.) *Editura tehnica, 1996* (Publicata in original in 1989)

Priest, Graham, (2007) *Dincolo de limitele gândirii*. (trad. Dumitru Gheorghiu), Paralela 45, Pitești.

Putnam, Hilary (1981). *Reason, Truth and History*. New York: Cambridge University Press.

Putnam, Hilary (1988), *Representation and Reality*, MIT Press, Cambridge.

Putnam, Hilary. (1994) *Words and life*. Harvard University Press.

Raatikainen, Panu. (2002) *McCall's Gödelian argument is invalid*.

Raatikainen, Panu. (2014) *Realism: Metaphysical, Scientific, and Semantic*. Realism, Science, and Pragmatism. Routledge,. 139-158.

Raatikainen, Panu. (2020) *Remarks on the Gödelian Anti-Mechanist Arguments*. Studia Semiotyczne 34.1: 267-278.

Santos, Paulo Guilherme. (2020), *Diagonalization in formal mathematics*. Springer Fachmedien Wiesbaden.

Serény, György (2003), *Boolos-style proofs of limitative theorems*. arXiv preprint math/0309345.

Serény, György. (2011), *How do we know that the Gödel sentence of a consistent theory is true?*. *Philosophia Mathematica* 19.1 (2011): 47-73.

Shagrir, Oron. (2002). *Effective computation by humans and machines*. *Minds and Machines* 12:221–240.

Shagrir, Oron. (1997). *Two dogmas of computationalism*. *Minds and Machines*, 7, 321-344.

Sieg, Wilfried. (1994). *Mechanical procedures and mathematical experience*. *Mathematics and mind*, 71-117.

Smoryński, Craig (1977). *The incompleteness theorems*. In *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics* (Vol. 90, pp. 821-865). Elsevier.

Smoryński, Craig (1984). *Modal logic and self-reference*. In *Handbook of Philosophical Logic: Volume II: Extensions of Classical Logic* (pp. 441-495). Dordrecht: Springer Netherlands.

Smoryński, Craig (2012). *Self-reference and modal logic*. Springer Science & Business Media.

Smullyan, Raymond M., (1994) *Diagonalization and self-reference*. Oxford University Press.

Smullyan, Raymond M., (2018) *Teoremele gödeliene de incompletitudine* (traducător Virgil Drăghici), Asociația Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca

Soare, Robert I. (1996) *Computability and recursion*. *Bulletin of symbolic Logic* 2.3, 284-321.

Soare, Robert I. (1999) *The history and concept of computability*. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*. Vol. 140. Elsevier, 3-36.

Soare, Robert I. (2016) *Turing computability: Theory and applications*. Vol. 300. Berlin: Springer.

Solovay, Robert M. (1976), *Provability interpretations of modal logic*. *Israel journal of mathematics* 25, 287-304.

Stegmüller, Wolfgang. (2011), *Incompletitudine si indecidabilitate* (trad. Virgil Drăghici) Presa universitară clujeană, (publicată în original în 1973)

Tarski, Alfred. (1998) *A decision method for elementary algebra and geometry*. In: Quantifier elimination and cylindrical algebraic decomposition. Springer, pp. 24–84

Tarski, Alfred.(1948). *A problem concerning the notion of definability*. The Journal of Symbolic Logic, 13(2), 107-111.

Tarski, Alfred, Andrzej Mostowski, and Raphael Mitchel Robinson, eds. (1953) *Undecidable theories*. Vol. 13. Elsevier.

Tarski, Alfred, (1983) *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938*. Hackett Publishing.

Tarski, Alfred, (1944). *The semantic conception of truth: and the foundations of semantics*. Philosophy and phenomenological research 4.3, 341-376.

Tennant, Neil, (2002), *Deflationism and the Gödel phenomena*. *Mind* 111.443: 551-582.

Tennant, Neil. (1997) *The taming of the true*. Oxford University Press.

Turing, Alan, (1936), *On computable numbers, with an application to the Entscheidungs problem*. Proceedings of the London Mathematical Society Series/2 (42), 230-42.

Woleński, Jan, (2008). *On philosophical sense of metamathematical limitative theorems*. Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science 7.2: 87-96.

Woleński, Jan (2019). *Semantics and Truth*. Cham, Switzerland: Springer Verlag.

Wright, Crispin (1994): *About “The philosophical significance of Gödel’s Theorem”*: Some issues, in B. McGuinness and G. Oliveri, eds, *The Philosophy of Michael Dummett*, pp. 167–202. Dordrecht: Kluwer. Reprinted in C. Wright, *Realism, Meaning, and Truth*, pp. 321–354. Oxford: Blackwell, 1995.

Wright, Crispin, (1995). *Intuitionists are not (Turing) machines*. *Philosophia Mathematica* 3.1, 86-102.

Wright, Crispin (1987). *Realism, Meaning and Truth*. Cambridge, Mass., USA: Blackwell.

