



Universitatea "Babeș-Bolyai"  
Facultatea de Fizică  
Școala Doctorală de Fizică



## DOCTORAL THESIS

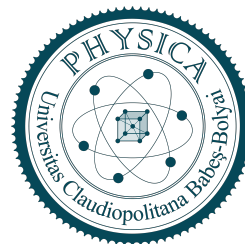
Andrei BUTUZA

Coordonator științific  
Prof. dr. Grigore DAMIAN

Cluj-Napoca  
2025



Universitatea "Babeș-Bolyai"  
Facultatea de Fizică  
Școala Doctorală de Fizică



## DOCTORAL THESIS

---

Obtaining important observables of interest  
in the case of the nuclear fission of Rn and Ra

---

Andrei BUTUZA

Coordonator științific  
Prof. dr. Grigore DAMIAN

Cluj-Napoca  
2025

# Contents

|          |                                                 |           |
|----------|-------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introducere</b>                              | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Descrierea modelului</b>                     | <b>3</b>  |
| 2.1      | Sistemul dinuclear . . . . .                    | 3         |
| 2.2      | Energia potentiala . . . . .                    | 4         |
| 2.2.1    | Aspecte geometrice . . . . .                    | 4         |
| 2.2.2    | Energia de interacțiune . . . . .               | 5         |
| 2.2.3    | Energiile de picătura de lichid . . . . .       | 9         |
| 2.3      | Suprafața de energie potențială (PES) . . . . . | 11        |
| 2.3.1    | Energia de excitare și amortizarea . . . . .    | 12        |
| 2.4      | Modelul statistic . . . . .                     | 13        |
| 2.4.1    | Distribuțiile de masă și sarcină . . . . .      | 13        |
| 2.4.2    | Multiplicitatea de neutroni . . . . .           | 14        |
| 2.4.3    | Energia total cinetica (TKE) . . . . .          | 15        |
| <b>3</b> | <b>Distribuția de sarcină și TKE</b>            | <b>16</b> |
| 3.1      | Distribuția de sarcină . . . . .                | 16        |
| 3.2      | TKE și distribuții suport . . . . .             | 17        |
| 3.3      | Discuții . . . . .                              | 17        |
| <b>4</b> | <b>Multiplicitatea de neutroni</b>              | <b>19</b> |
| <b>5</b> | <b>Concluzii</b>                                | <b>21</b> |
| <b>6</b> | <b>Activitate științifică</b>                   | <b>22</b> |
|          | <b>Bibliografie</b>                             | <b>25</b> |

# 1 Introducere

Procesul de fisiune nucleara a fost un subiect de interes pentru experimentatori și teoreticieni deasemenea încă de la descoperirea procesului în 1938. Procesul nu este încă nu este explicat pe deplin. Sunt multe date experimentale să acopere procesul dar modele teoretice trebuiesc să se îmbunătățească treptat pentru a oferi o imagine clara a procesului. Modelul de picătură de lichid (LDM) este un model ce a fost extens folosit dar acesta prezintă câteva limitări în vederea explicării deformațiilor permanente ale nucleelor în starea fundamentală sau distribuțiile de masă asimetrice din fisiunea actinidelor. Aceste limitări pot fi depășite prin a considera modele de uniparticulă. În acest fel, o metodă macroscopic-microscopică iese în evidență. Într-un asemenea caz, o nevoie apare pentru un calcul mai rafinat al suprafețelor potențiale de energie întrucât toate mărimile de interes sunt sensibile la ele.

Această lucrare încearcă să descrie și să predica caracteristicile produsilor dezintegrării binare rezultați din procesul de fisiune indusă, în mod particular. În acest mod, modelul sistemului di-nuclear (DNS) a fost implementat și folosit care este un model îmbunătățit de punct de scisiune. O componentă critică a acestui model este calcularea suprafeței potențiale de energie care este dependentă de masele și sarcinile fragmentelor precum și de deformările lor. Alte trăsături de interes ale modelului sunt manipularea energiei sistemului între aceste potențiale de interacție între fragmente și în cazul fiecărui fragment, descrierea energiei macroscopice și a corecțiilor de paturi microscopice de asemenea. Modelul va determina energii de excitare ce oferă temperatura sistemului, ambele fiind de importanță în calculul a varioase distribuții.

Teza este structurată în următoarea manieră, după introducere va veni primul capitol care va acoperi teoria modelului în detaliu și diferite componente vor fi introduse și explicate. Al doilea capitol va acoperi rezultatele pentru distribuția de sarcină și energia totală cinetică obținute în cazul nu-

cleelor de radon și radium studiate. Aici sunt prezentate, de asemenea, și alte distribuții care ajută în interpretarea rezultatelor obținute. Al treilea capitol acoperă multiplicitatea de neutroni și discuții legate de particularități în anumiți izotopi.

## 2 Descrierea modelului

### 2.1 Sistemul dinuclear

Pe traseul de fisiune, sunt două puncte particulare de interes, punctul  $\gamma$  și punctul de sciziune. "Punctul  $\gamma$ " este definit ca fiind punctul care are rată de schimb a energiei Coulomb egală cu rată de schimb a energiei de suprafață. "Punctul de sciziune" este punctul unde fragmentele noi apărute sunt individualizate, fără să existe suprapunere între densitățile lor nucleare, dar rămânând în razele efective ale forțelor lor nucleare mutuale. Odată cu apariția modelului în două centre, putem calcula structura unei singure particule. Spectrul configurației de sciziune corespunzător unei singure particule este destul de similar cu nivelele de energie ale unei singure particule ale fragmentelor individuale nou create încât putem face o observație importantă. Această observație sugerează că un fragment este indiferent față de modul în care a fost format iar proprietățile sale sunt independente de evenimentul de fisiune.

Sistemul dinuclear (DNS) este construit pe baza acestui rezultat și descrie configurația de sciziune ca două nuclee fragmente individualizate care interacționează reciproc prin intermediul unei interacțiuni repulsive de tip Coulomb și uneia atractive de tip nuclear. DNS-ul prezintă câteva proprietăți interesante. Una dintre aceste proprietăți este faptul că fragmentele de fisiune sunt individualizate neavând suprapunere în densitățile lor nucleare. Alta proprietate este că sistemul este relativ instabil și poate să evolueze în câteva moduri: fragmentele pot schimba nucleonii care sunt slab legați, fragmentele se pot îndepărta unul de celălalt, fragmentele se pot deforma sub influența potențialelor atractive și repulsive și, în final, sistemul poate începe să se rotească dacă suferă o coliziune cu un ion greu. Energia potențială determină sistemul să evolueze în toate aceste dimensiuni. Ultima proprietate interesantă este că evoluția sistemului cu respect la numerele de masă și

sarcină este de tip statistic deoarece considerăm sistemul în echilibru termic.

## 2.2 Energia potentiala

Energia totală a sistemului poate fi împărțită în trei părți: energiile de legătură ale fiecărui fragment, potențialul de interacție și energia de rotație. Ultima parte nu este acoperită de această lucrare.

### 2.2.1 Aspecte geometrice

Considerăm sistemul ca doi elipsoizi prolati, deformați, axial simetrici, situați la o distanță  $d$  între ei măsurată între cele două suprafețe. Fiecare elipsoid este descris de numărul său de masă  $A_i$ , numărul de sarcină  $Z_i$  și parametrul de deformare  $\beta_i$ .

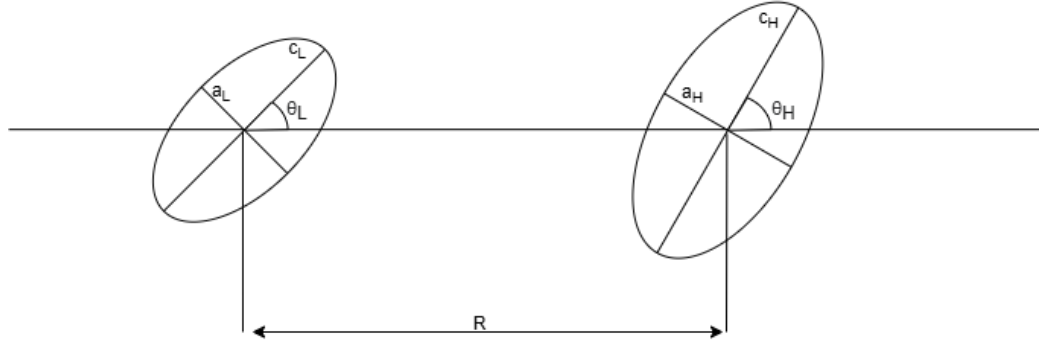


Fig. 2.1: Desen schematic al DNS

În acest model, parametrul de deformare este definit ca raportul  $\beta_i = c_i/a_i$  între semi-axa majoră  $c_i$  și cea minoră  $a_i$ . Această definiție este valabilă până la o limită de  $\beta_i \sim 2.1$ , care este suficientă pentru a acoperi această lucrare. Acest parametru de deformare poate fi legat de deformarea cuadrupolară prin  $\beta = \beta_2 + 1.025$  [1, 2], unde  $\beta_2$  este momentul cuadrupolar. Putem defini semi-axele cu respect la parametrul de deformare prin a considera conservarea de volum și raza nucleară  $R_0 = r_0 A^{1/3}$  ( $r_0 = 1.16$ , fm) ca și:

$$\begin{aligned}
c_i &= r_{0i} A^{1/3} \beta_i^{2/3} \\
a_i &= r_{0i} A^{1/3} \beta_i^{-1/3}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

### 2.2.2 Energia de interacțiune

Energia de interacțiune este compusă din potențialul Coulomb, potențialul nuclear și energia de rotație și, în cel mai general sens, are următoarea formă::

$$\begin{aligned}
V^{int}(A_i, Z_i, \beta_i, \theta_i, R) &= V^C(A_i, Z_i, \beta_L, \beta_H, \theta_L, \theta_H, R) + \\
&V^N(A_i, Z_i, \beta_L, \beta_H, \theta_L, \theta_H, R) + \\
&V^{Rot}(A_i, Z_i, \beta_L, \beta_H, \theta_L, \theta_H, R, l)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Precum a fost menționat adineauri, aspectul rotațional va fi ignorat în această lucrare. Unghiul azimutal poate fi înlăturat de asemenea, limitând descrierea orientării să fie efectuată doar de unghiul polar  $\theta_i$ . Deși inițial o funcție complicată de multe variabile, aceasta se va simplifica, unele dintre variabile dispărând în secțiunile ce urmează.

### Interacțiunea nucleară

Potențialul nuclear va fi considerat ca un potențial de pliere dublă cu forțe nucleare de tip Skyrme dependente de densitatea nucleară [3]:

$$V_N = \int \rho_L(\mathbf{r}_L) \rho_H(\mathbf{R} - \mathbf{r}_H) F(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_H) d\mathbf{r}_L d\mathbf{r}_H. \tag{2.3}$$

Unde  $\rho_{L,H}$  sunt densitățile nucleare pentru fragmentul ușor și, respectiv, greu, luate ca și  $\rho = \rho_{00} \frac{1}{1+e^{(r-R)/a}}$ , cu  $a = 0.54 fm$  ca fiind un parametru de difuzivitate și  $\rho_{00} = 0.17 fm^{-3}$  este densitatea de saturație.  $F(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_H)$  este interacțiunea nucleon-nucleon efectivă, care are de asemenea dependență de densitate:

$$F(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_H) = C_0 \left[ F_{in} \frac{\rho_L(\mathbf{r}_L)}{\rho_{00}} + F_{ex} \left( 1 - \frac{\rho_L(\mathbf{r}_L)}{\rho_{00}} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_H). \tag{2.4}$$

Considerând că lucrăm cu nuclee fragmente foarte individualizate, care au puțină suprapunere în densități, avem  $\rho_0(\mathbf{r}) = \rho_L(\mathbf{r}) + \rho_H(\mathbf{r})$ , ce ne permite să obținem:

$$F_{in,ex} = f_{in,ex} + f'_{in,ex} \frac{(N_L - Z_H)(N_H - Z_H)}{(N_L + Z_H)(N_H + Z_H)}, \quad (2.5)$$

unde avem  $C_0 = 300 \text{ MeV fm}^3$ ,  $f_{in} = 0.09$ ,  $f'_{in} = 0.42$ ,  $f_{ex} = -2.59$ ,  $f'_{ex} = -0.54$ .

### Interacțiunea Coulomb

Pentru partea Coulomb, începem de la formula aproximativă pentru cazul a doi nuclee deformați cu orientare arbitrară, dată de Ref. [4], dar întâmpinăm rapid o problemă. Din perspectiva computațională, necesită mult timp de calcul să considerăm orientări arbitrare între cele două fragmente. Pentru a depăși această problemă, considerăm o geometrie a sistemului puțin diferită.

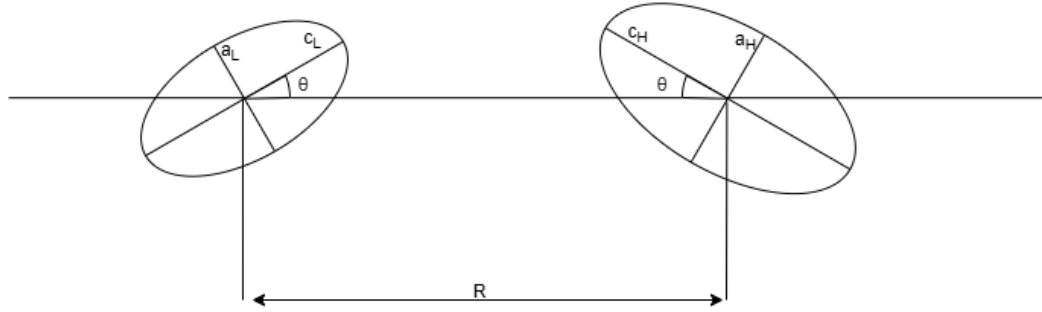


Fig. 2.2: Desen schematic similar cu 2.1 cu o orientare diferită, fragmentele au aceeași orientare  $\theta_L = \theta_H = \theta$

În această orientare, având  $\theta_L = \theta_H = \theta$ , putem scrie interacțiunea Coulomb într-o formă simplificată:

$$V^C = \frac{e^2 Z_L Z_H}{R} [s(\lambda_L, \theta_L) + s(\lambda_H, \theta_H) - 1 + S(\lambda_L, \lambda_H, \theta)], \quad (2.6)$$

unde considerăm:

$$\lambda_i^2 = \frac{c_i^2 - a_i^2}{R^2}$$

$$s(\lambda_i, \theta_i) = 3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_{2n}(\cos \theta_i)}{(2n+1)(2n+3)} \lambda_i^{2n}$$

$$S(\lambda_L, \lambda_H, \theta) = 9 \sum_{j,k=1}^{\infty} \frac{(2j+2k)! P_{2j+2k}(\cos \theta)}{(2j+1)(2j+3)(2k+1)(2k+3)(2j!)(2k!)} \lambda_L^{2j} \lambda_H^{2k}. \quad (2.7)$$

### Reducerea gradelor de libertate

Ne întoarcem la potențialul de interacție și ne uităm la coordonata de dezintegrare, care este distanța internucleară  $R$ . O legătură între  $R$  și  $d$  este dată de relația  $R = c_L + c_H + d$ . Vom considera potențialul de interacție ca o funcție de  $d$  în cazul perechii de fragmente  $^{106}\text{Mo} + ^{146}\text{Ba}$ , care nu au deformări:

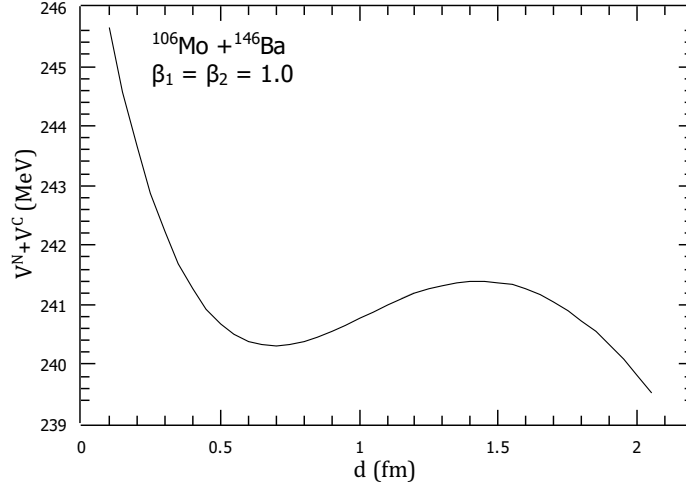


Fig. 2.3: Potențialul de interacțiune în funcție de distanța dintre fragmente pentru  $^{106}\text{Mo} + ^{146}\text{Ba}$ .

În Fig. 2.3, observăm două puncte extreme de interes: un minim local la  $d_m \sim 0.7$  fm, care este numit "buzunarul de potențial", și un maxim lo-

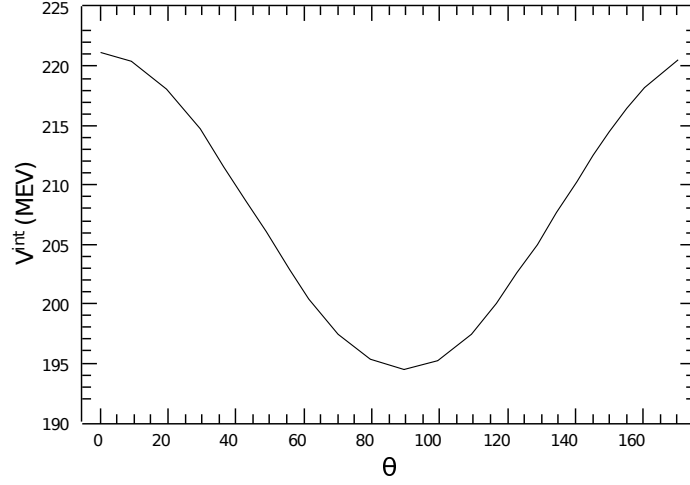


Fig. 2.4: Potențialul de interacțiune  $V^{int}$  în funcție de orientarea ambelor fragmente, cu  $\theta_L = \theta_H = \theta$ , pentru  $^{106}\text{Mo} + ^{146}\text{Ba}$ . Unghiul  $\theta$  este măsurat relativ la axa verticală Oz.

cal la  $d_B \sim 1.6$  fm. Poziția celor două puncte depinde de masa și sarcina fragmentelor. Putem defini "bariera de cvasi-fisiune" ca fiind diferența dintre potențialul evaluat la  $d_B$  și cel de la  $d_m$ , în următoarea manieră:  $B_{qf} = V^{int}(d_B) - V^{int}(d_m)$ . Bariera împiedică sistemul să evolueze pe coordonata de dezintegrare, iar sistemul ajunge să rămână în buzunarul de potențial un timp suficient de lung pentru ca echilibrul statistic să se stabilească. Echilibrul statistic sugerează că, în acel punct, configurația determină proprietățile statistice ale DNS, fapt important întrucât toate mărimile de interes pot fi deduse din aceste proprietăți. În consecință, și pentru a reduce numărul de variabile, toate calculele vor fi efectuate la  $d_m$  ( $R_m$ ).

Ne întoarcem atenția la unghiul orientării și considerăm potențialul de interacție în funcție de orientarea nucleelor în cazul perechii de fragmente  $^{106}\text{Mo} + ^{146}\text{Ba}$ , cu deformările  $\beta_L = 1.7$ ,  $\beta_H = 1.55$ . Ambele nuclee se vor roti cu același unghi  $\theta_L = \theta_H = \theta$ , după cum este ilustrat în Fig. 2.2

Observăm că apare un minim la  $\theta = 90^\circ$ , corespunzător unei geometrii în care fragmentele sunt orientate "cap-la-cap". Deoarece această orientare pare mai favorabilă pentru minimizarea energiei potențiale, vom considera sistemul ca fiind aflat în această orientare pentru toate calculele următoare. De asemenea, numărul de variabile poate fi redus pentru descrierea potențialului

de interacție.

### 2.2.3 Energiile de picătura de lichid

Modelul de picătură de lichid (LDM) este un model atractiv datorită asemănării cu picătura de lichid clasică și a simplității sale și prezintă succes în a oferi o descriere bună a unor proprietăți nucleare. Cu interes particular pentru noi este energia de legătură.

Această lucrare este scrisă cu intenția de a studia și interpreta rezultate pentru calculul unor mărimi de interes: distribuția de sarcină, energia totală cinetică și multiplicitatea de neutroni în cazul fisiunii radonului și a radiului. Acest studiu este efectuat în contextul modelului DNS, un model îmbunătățit de punct de sciziune. Sunt patru termeni ai modelului de picătură de lichid (LD) ce trebuie considerați: volumul, suprafața, termenul Coulomb și simetria. Termenul de volum va fi ignorat, întrucât acesta se conservă în calculele noastre, unde vom considera tot timpul nucleul compus (CN) ca punct de referință.

#### Energia de suprafață

Vom începe într-o manieră simplă, prin a considera energia ca fiind proporțională cu aria suprafeței,  $U^{Surf} = \sigma_i S_i$ , unde  $\sigma_i$  este coeficientul tensiunii de suprafață. Acești doi factori vor fi abordați pe rând. Suprafața unui elipsoid deformat este destul de dificil de descris într-un mod simplu, așa că o vom considera ca o variație a unui nucleu sferic, în felul următor:  $S_i = B_s S_i^0$ , cu  $S_i^0$  fiind suprafața unei sfere,  $S_i^0 = 4\pi r_0^2 A_i^{\frac{2}{3}}$ , iar, dacă ne limităm la nuclee axial simetrice,  $B_s$  e un parametru adimensional luat ca:

$$B_s = \frac{1}{2} \eta^{\frac{2}{3}} \left( 1 + \frac{\arcsin(\epsilon)}{\eta \epsilon} \right), \quad (2.8)$$

unde  $\eta = \frac{a}{c}$  este definit ca inversul parametrului de deformare  $\beta$  introdus mai devreme, iar  $\epsilon = (1 - \eta^2)^{1/2}$  este excentricitatea [5].

Întorcându-ne la coeficientul tensiunii de suprafață, vom introduce o dependență de deformare, deoarece o valoare  $\sigma$  constantă creează o problemă în care momentele de inerție pentru nucleul ce fisionează devin mai mari decât valorile experimentale [2]. Această dependență poate fi luată:

$$\sigma_i(\beta_i) = \sigma_{0,i}(1 + k_i(\beta_i - \beta_i^{g.s})^2) \quad (2.9)$$

unde  $\beta_i^{g.s}$  sunt deformările în stare fundamentală, luate din Ref. [6–8], și  $\sigma_{0,i} = 0.9517(1 - 1.7826((N_i - Z_i)^2/A_i^2))$  [9]. Pentru  $k_i$ , introducem o parametrizare cu dependență de rigiditatea nucleului  $C_{vib}$ , dată în MeV [10], ca:

$$k_i = \frac{1}{1 + \exp[-0.063(C_{vib}(Z_i, A_i) - 67)]}. \quad (2.10)$$

### Energia Coulomb și energia de simetrie ale modelului picăturii de lichid

Începem cu o sferă uniform încărcată cu raza  $R_0$ , unde considerăm energia Coulomb din electrostatică [5] ca  $U_i^{Coul,0} = \frac{3e^2}{5r_0} \frac{Z_i^2}{A_i^{1/3}}$ . Urmărim logica folosită pentru energia de suprafață și o înmulțim cu un parametru adimensional pentru a obține energia unui sferoid în loc. Acest parametru ia forma următoare, unde  $\eta$  este inversul parametrului de deformare, iar  $\epsilon$  este excentricitatea:

$$B_C = 0.5 \frac{\eta^{\frac{2}{3}}}{\epsilon} \ln \left( \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right). \quad (2.11)$$

Energia de simetrie e luată simplu ca  $U_i^{sym} = 27.612 \frac{(N_i - Z_i)^2}{A_i}$

### Corecția de pături

Conform rețetei lui Strutinsky, putem vedea influența păturilor nucleonilor ca o deviere mică de la o distribuție uniformă a nucleonilor; corecțiile de pături sunt date [11] ca:

$$\delta U = \sum_{\nu} E_{\nu} - \tilde{U}. \quad (2.12)$$

cu energiile nucleonilor  $E_{\nu}$  și  $\tilde{U}$  exprimat prin integrală  $\tilde{U} = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} E \tilde{g}(E) dE$ . Aici avem funcția distribuției uniforme cu  $\tilde{g}$ , iar  $\tilde{\lambda}$  este potențialul chimic, luat ca [5]

$$\int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}(E) dE = A. \quad (2.13)$$

## 2.3 Suprafața de energie potențială (PES)

Suntem gata acum pentru a calcula energia potențială totală a sistemului, deoarece am pregătit toate ingredientele necesare în forma următoare:

$$\begin{aligned} U(A_i, Z_i, \beta_i, R) = & U_L^{LD}(A_L, Z_L, \beta_L, E^*) + \delta U_L^{shell}(A_L, Z_L, \beta_L, E^*) \\ & + U_H^{LD}(A_H, Z_H, \beta_H, E^*) + \delta U_H^{shell}(A_H, Z_H, \beta_H, E^*) \\ & + V^C(A_i, Z_i, \beta_i, d_m) + V^N(A_i, Z_i, \beta_i, d_m), \end{aligned} \quad (2.14)$$

cu energiile de legătură fiind constituite din componentele LDM:

$$U_i^{LD}(A_i, Z_i, \beta_i) = U_i^{surf}(A_i, Z_i, \beta_i) + U_i^C(A_i, Z_i, \beta_i) + U_i^{sym}(A_i, Z_i), \quad (2.15)$$

unde  $\delta U_i^{shell}$  este corecția de pături pentru fragmentul  $i$ . Folosind Eq. (2.14), putem construi PES-ul prin a lua variația parametrilor de deformare  $\beta_1$  și  $\beta_2$  pentru combinații de numere de masă și sarcină ale ambelor fragmente, pentru a obține o reprezentare vizuală ajutătoare a configurației sistemului în momentul de sciziune.

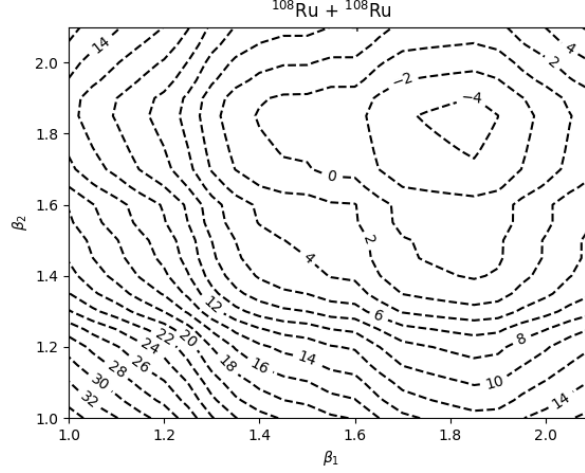


Fig. 2.5: Suprafețele de energie potențială pentru DNS  $^{108}\text{Ru} + ^{108}\text{Ru}$  cu corecții de pături. Valorile sunt exprimate în MeV și normalizate la energia CN.

În PES-ul arătat în Fig. 2.5, vedem că energia totală scade pe măsură ce sistemul devine mai deformat, datorită scăderii potențialului de interacție odată cu deformările, în timp ce energia de suprafață crește până la un punct în care această creștere compensează scăderea potențialului de interacție. Acest efect este cauza minimelelor prezentate. Poziția minimului indică cele mai favorabile deformări ale fragmentelor în momentul sciziunii.

### 2.3.1 Energia de excitare și amortizarea

Evoluând înspre fisiune, sistemul acumulează o cantitate considerabilă de energie de excitare datorată conservării energiei. Această energie afectează sistemul în câteva moduri (ex. emisia de neutroni). În cadrul acestui model, putem calcula energia de excitare și temperatura într-un mod auto-consistent.

Considerăm energia de excitare inițială,  $E_0 = E_{n,\gamma} + Q_n$ , cu care sistemul pornește pe drumul înspre fisiune.  $E_{n,\gamma}$  este energia fotonului sau a neutronului incident, iar  $Q_n$  este căldura de reacție în cazul fisiunii induse de neutron.  $E_0$  este zero în cazul fisiunii spontane și este egal cu cuanta  $\gamma$  în cazul fisiunii induse electromagnetic. Pentru a obține întreaga energie de excitare, trebuie să adăugăm diferența de energie potențială între nucleul compus inițial și DNS la momentul sciziunii [12, 13].

$$E^*(A_i, Z_i, \beta_i, d_m) = E_0^* + Q - V^{int}(\{A_i, Z_i, \beta_i^{g.s}\}, d_m) - [U(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, d_m, E^*) - U(\{A_i, Z_i, \beta_i^{g.s}\}, d_m, E^*)]. \quad (2.16)$$

Energia de excitare poate atinge valori atât de mari ( $\sim 20$  MeV), încât structura în pături este disturbată, și introducem o dependență de energia de excitare pentru corecțiile de pături, pentru a ține cont de acest fapt.

$$\delta U_i^{shell}(A_i, Z_i, \beta_i, E_i^*) = \delta U_i^{shell}(A_i, Z_i, \beta_i, E_i^* = 0) \exp(-E_i^*/E_D), \quad (2.17)$$

unde  $E_D = 18.5$  MeV este o constantă de amortizare. Potrivit unui studiu [14], componentele LDM prezintă o dependență de temperatură și, în consecință, depind de energia de excitare, de asemenea. Putem lega temperatura de energia de excitare folosind:

$$T = \sqrt{E^*/a}. \quad (2.18)$$

unde  $a = A/12$  este parametrul densității în modelul gazului Fermi.

## 2.4 Modelul statistic

Dacă considerăm dezintegrarea binară ca un proces în doi pași, atunci putem scrie probabilitatea totală de emisie ca o combinație între probabilitatea de formare, ce reprezintă evoluția sistemului sub  $U(A_i, Z_i, \beta_i, d_m)$  până la buzunarul de potențial, și probabilitatea de dezintegrare, care reprezintă sistemul traversând bariera de cvasi-fisiune, având suficientă energie de excitare:

$$\omega(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) = \exp \left[ -\frac{U(\{A_i, Z_i, \beta_i\}, d_m) + B_{qf}(\{A_i, Z_i, \beta_i\})}{T} \right]. \quad (2.19)$$

### 2.4.1 Distribuțiile de masă și sarcină

Pentru a obține distribuțiile de sarcină sau masă, trebuie să integrăm Eq. 2.19 peste PES, apoi să facem însumarea peste masă pentru distribuția de sarcină sau peste sarcină pentru distribuția de masă:

$$\begin{aligned}
Y(A_i) &= N_0 \sum_{Z_i} \int \int d\beta_L d\beta_H \omega(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) \\
Y(Z_i) &= N_0 \sum_{A_i} \int \int d\beta_L d\beta_H \omega(A_i, Z_i, \beta_i, E^*)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

### 2.4.2 Multiplicitatea de neutroni

La scurt timp după fisiune, fragmentele nucleare rețin energia de excitare, partajată proporțional cu masele lor. În plus, aceste fragmente sunt deformatе și, pe măsură ce se relaxează, acumulează și energie de deformare. Aceste energii vor determina fragmentele să emită neutroni pentru a-și reduce energia. Vom considera următoarea descriere pentru emisiile provenite de la ambele fragmente:

$$\begin{aligned}
\langle \nu \rangle(Z_i) &= \sum_{A_i, \nu} \int d\beta_1 \beta_2 \nu P_\nu(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) \omega(A_i, Z_i, \beta_i), \\
\langle \nu \rangle(A_i) &= \sum_{Z_i, \nu} \int d\beta_1 \beta_2 \nu P_\nu(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) \omega(A_i, Z_i, \beta_i),
\end{aligned} \tag{2.21}$$

iar aceasta este descrierea în cazul emisiei de la un singur fragment:

$$\begin{aligned}
\langle \nu_i \rangle(Z_i) &= \sum_{A_i, \nu_i} \int d\beta_1 \beta_2 \nu_i \tilde{P}_{\nu_i}(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) \omega(A_i, Z_i, \beta_i), \\
\langle \nu_i \rangle(A_i) &= \sum_{Z_i, \nu_i} \int d\beta_1 \beta_2 \nu_i \tilde{P}_{\nu_i}(A_i, Z_i, \beta_i, E^*) \omega(A_i, Z_i, \beta_i), \\
\tilde{P}_{\nu_i} &= \int_0^{E^*} d\epsilon_i^* P_C(\epsilon_i^*) P_{\nu_i}(U_i^{def} + \epsilon_i^*).
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Aici,  $P_\nu$  este probabilitatea ca exact  $\nu$  neutroni să fie emisi luată formula Jackson [15, 16] și  $P_C$  este distribuția micro-canonica a energiei partitionate între cele două fragmente.

### 2.4.3 Energia total cinetica (TKE)

Energia total cinetică este întreaga energie de interacțiune a sistemului, după sciziune, convertită în energia cinetică a fragmentelor. O considerăm ca  $TKE = V^C + V^N$  și obținem distribuția acesteia în funcție de sarcină după cum urmează:

$$\langle TKE \rangle(Z_i) = \sum_{A_i} \frac{TKE(A_i, Z_i)Y(A_i, Z_i, E^*)}{Y(A_i, Z_i, E^*)} \quad (2.23)$$

### 3 Distribuția de sarcină și TKE

Având toate uneltele necesare pregătite, putem studia izotopii  $^{204,206,208}\text{Rn}$  și  $^{214,216,218}\text{Ra}$  în cazul fisiunii induse electromagnetic, cu  $E_0^* = 11$  MeV, iar rezultatele vor fi comparate cu datele experimentale din Ref. [17]. Unele calcule au fost efectuate pentru  $^{232,234}\text{U}$  pentru a testa fiabilitatea modelului.

#### 3.1 Distribuția de sarcină

Pentru Rn și Ra, am obținut o distribuție de sarcină simetrică, care poate fi asociată efectelor de picătură de lichid, în timp ce U prezintă o distribuție de sarcină asimetrică, corespunzătoare efectelor puternice de pături.

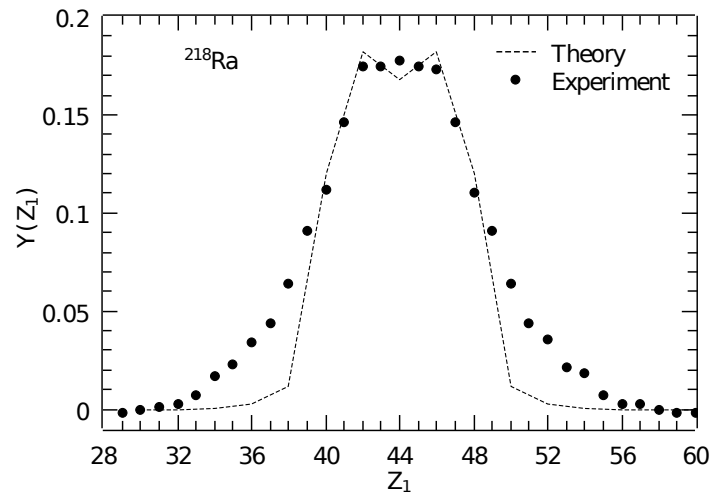


Fig. 3.1: Distribuția de sarcină în cazul CN  $^{218}\text{Ra}$

## 3.2 TKE și distribuții suport

Pentru Rn și Ra, am obținut o energie totală cinetică medie care prezintă un platou la simetrie, cu două vârfuri mici de-o parte și de cealaltă, în timp ce U prezintă două vârfuri asimetrice, cu o vale adâncă între ele.

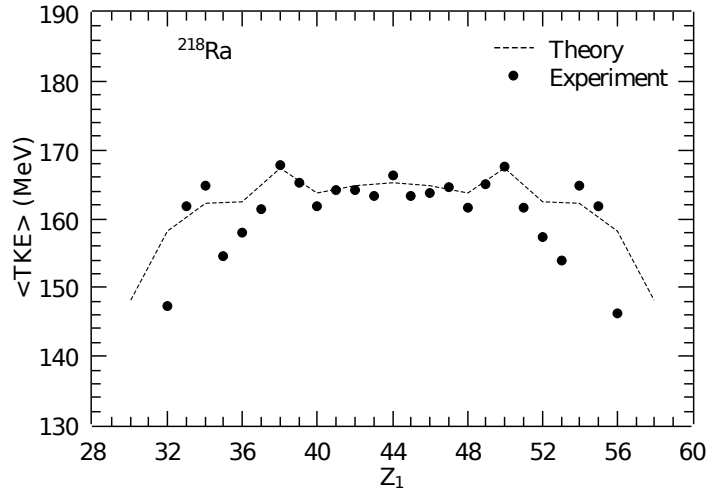


Fig. 3.2: Distribuția TKE medie în cazul CN  $^{218}\text{Ra}$

În acest capitol, alte distribuții au fost calculate și incluse pentru a oferi o perspectivă legată de modul în care alte mărimi variază odată cu creșterea sarcinii. Astfel, s-a considerat parametrul de deformare mediu  $\langle\beta_i\rangle$ , energia de picătură de lichid mediu  $\langle U^{LD}\rangle$ , corecțiile de pături medii  $\langle\delta U\rangle$  și energia de excitare mediu  $\langle E^*\rangle$ . Toate au fost obținute într-o manieră similară cu  $\langle TKE\rangle$ .

## 3.3 Discuții

Observăm că, în calculele noastre, am reușit să reproducem foarte bine datele experimentale în cazurile unde existau date pentru comparație. În această secțiune, am corelat toate distribuțiile obținute până acum și au fost analizate câteva valori particulare, referindu-se în mare parte la numere magice, precum numărul de sarcină pentru protoni  $Z = 50$ , dar și cel de neutroni pentru unele configurații (perechea  $^{86}\text{Kr} + ^{118}\text{Sn}$  are, spre exemplu,

ambele nuclee ca nuclee magice, iar  $^{86}\text{Kr}$  are un număr magic de neutroni  $N = 50$ ). Alte corelații efectuate sunt vârfurile din TKE, corespunzând minimelor din distribuțiile de deformare și corecție de pături, sugerând că cele mai stabile nuclee fragmente au potențial de interacțiune mai mare [18].

## 4 Multiplicitatea de neutroni

Emisia de neutroni este un proces ce necesită studiu, deoarece proprietățile acestor neutroni oferă informații referitoare la formarea fragmentelor de fisiune și la partitionarea energiei de excitare între fragmente. Așadar, am studiat numărul de neutroni emiși de la ambele fragmente, precum și de la unul singur.

Am observat că, în cazul izotopilor studiați, avem o multiplicitate de neutroni simetrică în cazul emisiei de la ambele fragmente. Putem considera că acest lucru urmează profilul distribuției de energie de excitare, ceea ce are sens, având în vedere că fragmentul cu cea mai multă energie emite cei mai mulți neutroni. Distribuțiile pentru Rn prezintă o structură similară unui platou la simetrie, care nu este observată și în cazul Ra. Distribuțiile pentru Ra au vârfuri mai mari decât cele pentru Rn, deoarece au energii de excitare mai mari și energii de separare pentru neutroni mai mici. În cazul multiplicității de neutroni a unui singur fragment, observăm o creștere lentă a numărului de neutroni emisi pe măsură ce fragmentul devine mai greu și primește mai multă energie de excitare, urmată de o cădere abruptă în formă de dinți de ferăstrău la  $Z_1 = 50$ , deoarece, pentru nuclee magice, energia de separare a neutronilor este mult mai mare în comparație [19] și, deci, corespunde multiplicității de neutroni mai mici.

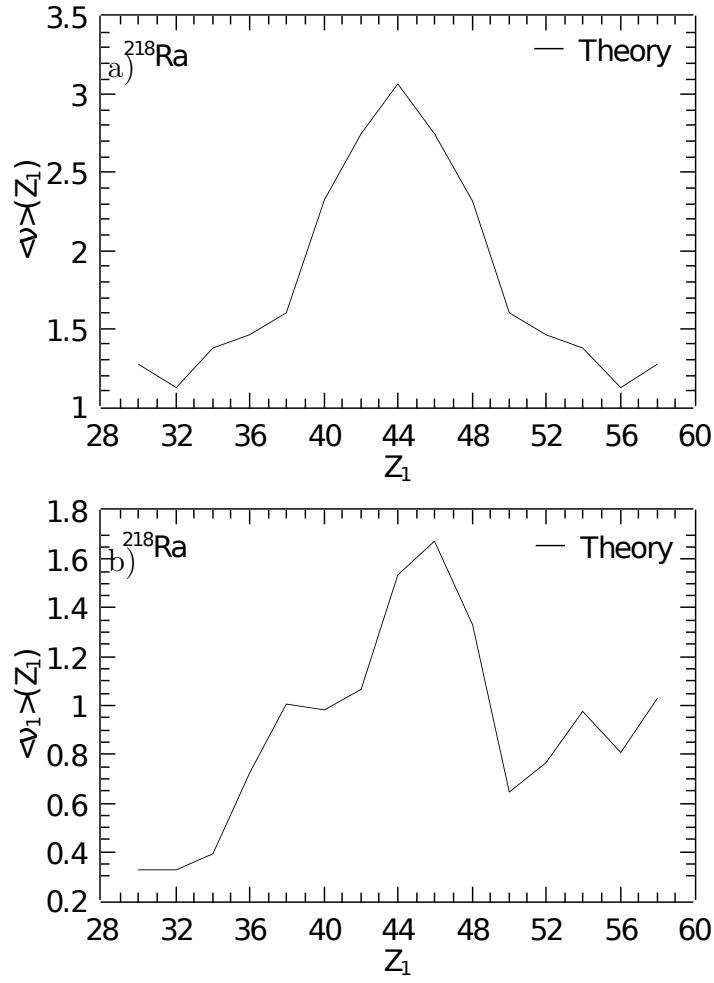


Fig. 4.1: Multiplicitatea de neutroni în cazul ambelor fragmente (a-sus) și al unui singur fragment (b-jos) pentru  $^{218}\text{Ra}$ .

## 5 Concluzii

Modelul folosit este capabil să ofere o descriere bună pentru distribuțiile de sarcină, energia totală cinetică și multiplicitatea de neutroni ale fragmentelor de fisiune în cazul fisiunii induse electromagnetic în izotopii de Rn și Ra. Am reușit să obținem rezultate pentru mărimile de interes și să descriem foarte bine datele experimentale disponibile. Am explicat poziția vârfurilor din distribuțiile de sarcină și a vârfurilor asimetrice din TKE pe baza numerelor magice și în corelație cu distribuțiile de deformare și de corecție de pături. S-a explicat multiplicitatea de neutroni într-o manieră similară, corelându-se cu distribuția energiei de excitare și am identificat cauza pentru căderea în formă de dinți de ferăstrău ca fiind nuclee magice stabile ce împiedică emisia de neutroni. Am comparat distribuțiile emisiilor de neutroni de la Rn și Ra și am observat comportamente ușor diferite. Pentru Rn, vârfurile sunt aproape la aceeași valoare pentru toți izotopii considerați, în timp ce, pentru Ra, vârfurile cresc de la  $^{214}\text{Ra}$  la  $^{218}\text{Ra}$  pe baza creșterii energiei de excitare.

## 6 Activitate științifică

### Articole publicate

1. Andrei Butuza. "Charge distribution and total kinetic energy in the fission of Rn, Ra and U". În: The European Physical Journal A 60.11 (Nov. 2024). issn: 1434-601X. doi: 10 . 1140 / epja / s10050 - 024 - 01423- 2. url: <http://dx.doi.org/10.1140/epja/s10050-024-01423-2>.

Factor de impact: 2.6

AIS: 0.759

2. Andrei Butuza. "Neutron multiplicity distribution in the fission of Rn and Ra". Acceptat înspre publicare în: International Journal of Modern Physics E (2025)

Factor de impact: 1

AIS: 0.199

### Workshopuri

1. Andrei Butuza. "Charge, mass and energy distribution of neutron-induced fission of light actinides". La: 6<sup>th</sup> Grandmaster Early Career Workshop in Physics GEWP (3-8 September 2023), Cluj Napoca, Romania

# Bibliografie

- [1] Rainer W. Hasse and William D. Myers. *Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics*. ISSN: 0939-1150 Publication Title: Springer Series in Nuclear and Particle Physics. Springer Berlin Heidelberg, 1988. ISBN: 978-3-642-83017-4. DOI: 10.1007/978-3-642-83017-4. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-83017-4>.
- [2] Horia Pasca. “Cluster Approach to Fission”. PhD thesis. Cluj-Napoca, Romania: Babes-Bolyai University, 2017.
- [3] G.G. Adamian et al. “Effective nucleus-nucleus potential for calculation of potential energy of a dinuclear system”. In: *International Journal of Modern Physics E* 05.01 (Mar. 1996). Number: 01 Publisher: World Scientific Publishing Co., pp. 191–216. ISSN: 0218-3013. DOI: 10.1142/S0218301396000098. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218301396000098>.
- [4] C. Y. Wong. “Interaction Barrier in Charged-Particle Nuclear Reactions”. In: *Physical Review Letters* 31.12 (Sept. 1973). Publisher: American Physical Society (APS), pp. 766–769. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.31.766. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.31.766>.
- [5] M. Ivascu and D. N. Poenaru. *Energia de deformare si izomeria formei nucleelor*. Bucuresti: Ed. Academiei Republicii Socialiste Romania, 1981.
- [6] Peter Möller and J. Rayford Nix. “Nuclear mass formula with a Yukawa-plus-exponential macroscopic model and a folded-Yukawa single-particle potential”. In: *Nuclear Physics A* 361.1 (May 1981). Publisher: Elsevier BV, pp. 117–146. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/0375-9474(81)90473-5. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474\(81\)90473-5](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474(81)90473-5).

- [7] S. Raman, C.W. Nestor, and P. Tikkanen. “Transition Probability From The Ground To The First-Excited 2+ State Of Even–Even Nuclides”. In: *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 78.1 (May 2001). Publisher: Elsevier BV, pp. 1–128. ISSN: 0092-640X. DOI: 10.1006/adnd.2001.0858. URL: <http://dx.doi.org/10.1006/adnd.2001.0858>.
- [8] P. Möller and J.R. Nix. “Nuclear masses from a unified macroscopic-microscopic model”. In: *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 39.2 (July 1988). Publisher: Elsevier BV, pp. 213–223. ISSN: 0092-640X. DOI: 10.1016/0092-640x(88)90022-8. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0092-640x\(88\)90022-8](http://dx.doi.org/10.1016/0092-640x(88)90022-8).
- [9] W. Greiner, J.Y. Park, and W. Scheid. *Nuclear Molecules*. G - Reference, Information and Interdisciplinary Subjects Series. World Scientific, 1995. ISBN: 978-981-02-1723-5. URL: <https://books.google.ro/books?id=ZDFqDQAAQBAJ>.
- [10] Walter Greiner and Joachim A. Maruhn. *Nuclear Models*. Springer Berlin Heidelberg, 1996. ISBN: 978-3-642-60970-1. DOI: 10.1007/978-3-642-60970-1. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-60970-1>.
- [11] M. Brack et al. “Funny Hills: The Shell-Correction Approach to Nuclear Shell Effects and Its Applications to the Fission Process”. In: *Reviews of Modern Physics* 44.2 (Apr. 1972). Publisher: American Physical Society (APS), pp. 320–405. ISSN: 0034-6861. DOI: 10.1103/revmodphys.44.320. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.44.320>.
- [12] A. V. Andreev et al. “Possible explanation of fine structures in mass-energy distribution of fission fragments”. In: *The European Physical Journal A* 22.1 (Oct. 2004). Number: 1 Publisher: Springer Science and Business Media LLC, pp. 51–60. ISSN: 1434-601X. DOI: 10.1140/epja/i2004-10017-9. URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epja/i2004-10017-9>.
- [13] A. V. Andreev, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, and S. P. Ivanova. “Bimodality and charge splitting in fission of actinides”. In: *The European Physical Journal A* 26.3 (Dec. 2005). Number: 3 Publisher: Springer Science and Business Media LLC, pp. 327–332. ISSN: 1434-601X. DOI: 10.1140/epja/i2005-10179-x. URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epja/i2005-10179-x>.

- [14] G. Sauer, H. Chandra, and U. Mosel. “Thermal properties of nuclei”. In: *Nuclear Physics A* 264.2 (June 1976). Number: 2 Publisher: Elsevier BV, pp. 221–243. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/0375-9474(76)90429-2. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474\(76\)90429-2](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9474(76)90429-2).
- [15] J.R. Huizenga. *Studies of nuclear fission, low-energy nuclear reactions and transuranic nuclei. Progress report, June 1, 1972–June 1, 1973*. Tech. rep. Rochester Univ., NY (USA). Dept. of Chemistry, 1973.
- [16] H. Paşca, A. V. Andreev, G. G. Adamian, and N. V. Antonenko. “Influence of the transition from symmetric to asymmetric fission mode on the average total kinetic energy and neutron multiplicity”. In: *Physical Review C* 108.1 (July 2023). ISSN: 2469-9993. DOI: 10.1103/physrevc.108.014613. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.108.014613>.
- [17] K-H Schmidt et al. “Relativistic radioactive beams: A new access to nuclear-fission studies”. en. In: *Nucl. Phys. A* 665.3-4 (Feb. 2000). Number: 3-4 Publisher: Elsevier BV, pp. 221–267.
- [18] Andrei Butuza. “Charge distribution and total kinetic energy in the fission of Rn, Ra and U”. In: *The European Physical Journal A* 60.221 (Nov. 2024). ISSN: 1434-601X. DOI: 10.1140/epja/s10050-024-01423-2. URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epja/s10050-024-01423-2>.
- [19] Meng Wang et al. “The AME2016 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references”. In: *Chinese Physics C* 41.3 (Mar. 2017), p. 030003. ISSN: 1674-1137. DOI: 10.1088/1674-1137/41/3/030003. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/41/3/030003>.