Universitatea Babeş-Bolyai
Facutatea de Matematică şi Informatică

Tehnici Evolutive în Teoria Jocurilor

Rezumatul Tezei

Autor:
Réka Nagy

Conducător Ştiinţific:
Prof. D. Dumitrescu

2012

Lista publicaţiilor

- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Tudor Mihoc, **Réka Nagy**. Fuzzy Nash-Pareto equilibrium: Concepts and Evolutionary detection. (EvoGames 2010), *Lecture Notes in Computer Science*, Volume 6024/2010, Pages 71-79, DOI 10.1007/978-3-642-12239-2_8.

- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Réka Nagy**, Daniela Zaharie, Attila Bartha. Exploring Evolutionary Detected Fuzzy Equilibria: A Link Between Normative Theory and Real Life. (GECCO 2010),*ACM Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, 2010, Pages: 539-540, ISBN 978-1-4503-0072-8, DOI 10.1145/1830483.1830582.

- Ligia Cremene, D. Dumitrescu, **Réka Nagy**. Oligopoly Game Modeling for Cognitive Radio Environments. (ruSMART/NEW2AN 2010), *Lecture Notes in Computer Science*, 2010, Volume 6294/2010, Pages 219-230, ISBN 3-642-14890-5, 978-3-642-14890-3, DOI: 10.1007/978-3-642-14891-0_20.

- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, **Réka Nagy**, Daniela Zaharie, Attila Bartha, Doina Logofatu. Evolutionary Detection of New Classes of Equilibria. Application in Behavioral Games. (PPSN 2010), *Lecture Notes in Computer Science*, 2011, Volume 6239/2011, Pages 432-441, ISBN 3-642-15870-6, 978-3-642-15870-4, DOI 10.1007/978-3-642-15871-1_44.

- D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung, Noémi Gaskó, **Réka Nagy**. Job Scheduling and Bin Packing from a Game Theoretical Perspective. An Evolutionary Approach. (SYNASC 2010), *12th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, IEEE*, 2011, Pages 209-214, ISBN: 978-1-4244-9816-1, DOI 10.1109/SYNASC.2010.55.

- **Réka Nagy**, D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung. Fuzzy Equilibria for Games Involving $n > 2$ Players. (CEC 2011), *Congress on Evolutionary Computation, IEEE*, 2011, Pages 2655-2661, ISMB 978-1-4244-7834-7, DOI 10.1109/CEC.2011.5949950.

- **Réka Nagy**, D. Dumitrescu, Rodica Ioana Lung. Lorenz Equilibrium: Concept and Evolutionary Detection. (SYNASC 2011), *13th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*, 2011, Pages 408-412, ISBN: 978-0-7695-4630-8, DOI 10.1109/SYNASC.2011.46.

- Ligia Cremene, Dumitru Dumitrescu, **Réka Nagy**, Marcel Cremene. Game Theoretic Modelling for Dynamic Spectrum Access in TV Whitespace. (CROWNCOM 2011), *Sixth International ICST Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, IEEE*, 2011, Pages 336-340, ISBN: 978-1-4577-0140-5.

- **Réka Nagy**, Mihai Suciu, D. Dumitrescu. Lorenz Equilibrium: Equitability in Non-Cooperative Games. (GECCO 2012),*ACM Proceedings of the 14th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, 2012, Pages: 489-496, ISBN 978-1-4503-1177-9, DOI 10.1145/2330163.2330233.

- Ligia Cremene, D. Dumitrescu, **Réka Nagy**, Noémi Gaskó, Cognitive Radio Simultaneous Spectrum Access. One-shot Game Modelling. (CSNDSP 2012), to appear in *8th IET International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing, IEEE*, 2012.

- **Réka Nagy**, Noémi Gaskó, Rodica Ioana Lung, D. Dumitrescu, Between Selfishness and Altruism: Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii Equilibrium. (PPSN 2012), *Lecture Notes in Computer Science*, 2012, Volume 7491, Part 1, Pages 500-509.

- **Réka Nagy**, Mihai Suciu, D. Dumitrescu. Exploring Lorenz Dominance. (SYNASC 2012), *14th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, IEEE*, 2012.

Cuprins

Cuvinte cheie: teoria jocurilor, calcul evolutiv, optimizare multiobiectivă, relaţii generative, echilibre fuzzy, echilibrul Lorenz, jocuri multicriteriale, acces spectru

Introducere

Teoria Jocurilor este o disciplină care studiază interacţiuni strategice. Jocurile necooperative modelează interaţiuni între jucători raţionali. Ţinta fiecărui jucator este maximizarea câştigului său. Valoarea acestui câştig depinde de strategia fiecărui jucător.

Teoria Jocurilor modelează situaţii din lumea reala, şi este aplicată cu succes în Economie, Politică, Biologie, Psihologie, Sociologie. Cu emergenţa internetului, Teoria Jocurilor are tot mai multe aplicaţii şi în Informatică.

Definirea Problemei

În Teoria Jocurilor se presupune că jucătorii sunt agenţi raţionali, şi singura lor ţintă este maximizarea profitului. Soluţia unui joc este o stare în care fiecare jucător şi-a ales o strategie de la care nu mai vrea să devieze. O astfel de stare se numeşte un echilibru de joc.

Cel mai popular concept de soluţie este echilibrul Nash. În echilibrul Nash nici un jucător nu îşi poate schimba unilateral strategia astfel încât să îşi mărească câştigul. Însă echilibrul Nash nu este cel mai bun concept de echilibru: soluţiile Nash rareori sunt soluţii optime, iar în multe cazuri un joc poate avea mai multe echilibre Nash.

Pe lângă echilibrul Nash au fost propuse şi alte concepte de soluţie. Exemple sunt echilibrul Pareto sau echilibrul Berge-Zhukovskii. Echilibrul Pareto este compus din soluţiile Pareto optime ale jocului. În echilibrul Pareto nici un jucător nu îşi poate mări câştigul fără să scadă câştigul unui alt jucător. Echilibrul Berge-Zhukovskii este o stare în care nici un jucător, sau grup de jucători, nu îşi poate schimba strategia astfel încât să mărească câştigul unui alt jucător.

Fiecare tip de echilibru descrie un tip de comportament sau raţionalitate. De exemplu, echilibrul Nash descrie o raţionalitate egoistă, în care jucătorilor le pasă doar de propriul câştig. Pe de altă parte, echilibrele Pareto şi Berge-Zhukovskii descriu o raţionalitate mai altruistă, în care jucătorilor le pasă şi de câştigul celorlalţi jucători.

În teoria standard doar jucători cu aceeaşi tip de raţionalitate pot interacţiona. Această presupunere este una nerealistă; jucătorii umani rareori gândesc şi acţionează la fel. Echilibrele standard descriu deseori o raţionalitate extremă. În lumea reală decidenţii pot fi afectaţi de emoţii, pot fi iraţionali, etc. De aceea conceptul clasic de echilibru nu poate fi totdeauna o soluţie bună.

S-au făcut studii despre cum se comportă oamenii în jocuri de încredere (trust games). În aceste jocuri jucătorii câştigă mai mult dacă adoptă o strategie cooperativă. Dacă un jucător trădează în timp ce ceilalţi jucători cooperează, el obţine câştiguri foarte mari. Însă, dacă toţi trădează câştigurile sunt foarte mici. Echilibrul Nash în cele mai multe jocuri de tip trust este starea în care toţi jucătorii trădează. Studiile arată că oamenii de cele mai multe ori aleg o strategie intermediară, între cele două extreme (trădare şi cooperare).

În deciziile reale de obicei se iau în considerare mai multe criterii. Aceste criterii sunt deseori contradictorii şi nu pot fi agregate într-un singur criteriu. Din această cauză jocurile multicriteriale modelează mai bine lumea reală. Considerarea jocurilor multicriteriale permite o mai bună modelare a deciziilor jucătorilor reali. S-au dezvoltat multe concepte de echilibre pentru jocuri multicriteriale. Detectarea echilibrelor a fost neglijată.

Obiectivul acestei Teze este dezvoltarea unor concepte noi de echilibre mai realiste care modelează mai bine situatiile din lumea reală.

Contribuţi

Principalele contribuţii ale tezei sunt:

- Conceptul de Echilibru Fuzzy

  În echilibrul fuzzy jucătorii pot avea raţionalităţi fuzzy, adică fiecare jucător poate avea o raţionalitate undeva între două raţionalităţi extreme. Fiecare jucător poate fi înclinat mai mult sau mai puţin către diferite raţionalităţi. Acestă înclinare poate fi exprimat prin apartenenţe fuzzy. Prin reglarea apartenenţelor se pot obţine mai multe tipuri de echilibre fuzzy, ca echilibrul Fuzzy Nash-Pareto sau echilibrul Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii.

  Echilibrul fuzzy oferă o modelare mai bună a realităţii. În acelaşi joc agenţi cu diferite raţionalităţi fuzzy pot interacţiona. Experimentele numerice ne arată că echilibrul fuzzy pote fi aplicat în modelarea jucătorilor umani.

- Conceptul de Echilibru Lorenz

  Echilibrul Lorenz al unui joc este alcătuit din cele mai echitabile soluţii. Experimentele numerice arată că echilibrul Lorenz nu are dezavantajele echilibrelor Nash şi Pareto. Soluţiile Lorenz sunt întotdeauna şi Pareto optimale, însă setul de soluţii este mic. Echilibrul Lorenz poate fi aplicat în procesul de selectare a unui singur echilibru în cazul în care jocul are mai multe echilibre Nash.

- O metodă evolutivă pentru detectarea echilibrului în jocuri multicriteriale

  Jocurile multicriteriale sunt jocuri cu câştiguri vectoriale. S-au dezvoltat multe concepte de echilibru pentru jocuri multicriteriale, însă detectarea echilibrelor a fost neglijată de către cercetători. Metoda evolutivă pentru detectarea echilibrelor în jocuri unicriteriale este extinsă pentru detectarea echilibrelor multicriteriale.

- Dileme multicriteriale cu câştiguri de identitate

  Cu ajutorul jocurilor multicriteriale se pot modela mai bine situaţiile din viaţa reală. Jocurile unicriteriale de bază sunt extinse în jocuri multicriteriale prin introducerea unui câştig de identitate.

- Modelarea prin jocuri necooperative a accesului la spectru a radiourilor cognitive

  Problema accesului la spectru a radiourilor cognitive este adresat cu ajutorul teoriei jocurilor. Jocurile tip oligopol sunt folosite pentru modelarea unor scenarii diferite de acces la spectru. Echilibrele joint Nash-Pareto şi echilibrul Lorenz sunt propuse ca şi concepte de soluţii alternative.

Capitolul 1

Noţiuni şi Rezultate Preliminarii

Soluţia unui joc este o stare în care toţi jucătorii sunt mulţumiţi cu câştigul lor, şi nu vor să-şi schimbe strategia. Rezolvarea unui joc poate fi privită ca o problemă de optimizare multiobiectiv: câştigul fiecărui jucător este un obiectiv de maximizat. Problemele multiobiective pot fi rezolvate eficient cu ajutorul algoritmelor evolutivi. Algoritmii evolutivi pot fi aplicaţi pentru detectarea echilibrelor.

1.1 Introducere în Teoria Jocurilor

Teoria Jocurilor a intrat în conştiinţa publică odată cu publicarea de către John von Neumann şi Oskar Morgenstern a cărţii Theory of Games and Economic Behavior [Neumann and Morgenster
După publicaţiile lui Nash [Nash, 1950, Nash, 1951],Teoria Jocurilor a devenit un instrument central în Economie, Informatică, Psihologie, Sociologie, Politică, etc.

În acest Capitol sunt prezentate noţiuni de bază din Teoria Jocurilor.

1.1.1 Jocuri Necooperative

Un joc necooperativ poate fi descris ca un sistem de jucători. Fiecare jucător are o mulţime de acţiuni posibile.

Matematic un joc necooperativ finit este un sistem

$$G = (N, (S_i, u_i), i = 1, ..., n),$$

unde:

- N reprezintă o mulţime de jucători iar n reprezintă numărul jucătorilor;
- S_i este mulţimea acţiunilor posibile pentru jucătorul i.

  $$S = S_1 \times S_2 \times ... \times S_n$$

  S este mulţimea tuturor strategiilor posibile ale jocului.
- Pentru fiecare jucător i $u_i : S \to R$ reprezintă funcţia sa de câştig.

Î Teoria Jocurilor se presupun următoarele:

- Jucătorii îşi aleg strategiile simultan, fără cooperare. Câştigul fiecărui jucător este afectat şi de strategiile adversarilor.

- Jucătorii sunt raţionali, obiectivul fiecărui jucător este maximizarea câştigului.
- Jucătorii au o cunoaştere comună despre joc, despre strategiile oponenţilor şi despre raţionalitatea lor.

Aceste presupuneri sunt nerealiste. Jucătorii din lumea reală pot fi afectaţi de emoţii şi pot avea şi alte obiective pe lângă maximizarea câştigului. Ţinta noastră este construirea unor modele mai realiste care sunt adecvate pentru modelarea situaţiilor din lumea reală.

1.2 Concepte de Soluţii în Teoria Jocurilor

1.2.1 Echilibrul Nash

Conceptul principal din Teoria Jocurilor este echilibrul Nash, introdus în [Nash, 1951]. În echilibrul Nash nici un jucător nu poate devia unilateral încât să-şi mărească propriul câştig [Nash, 1951] [Bade et al., 2009] [McKelvey and McLennan, 1996].

Definiţie 1 *Profilul de strategie s^* este un echilibru Nash, dacă*

$$u_i(s_i, s^*_{-i}) - u_i(s^*) \leq 0, \ \forall s_i \in S_i, \forall i \in N,$$

unde $(s_{i_j}, s^*_{-i}) = (s^*_1, s^*_2, ..., s^*_{i-1}, s_{i_j}, s^*_{i+1}, ..., s^*_n)$.

Chiar dacă ecilibrul Nash este cel mai popular concept de soluţie în Teoria Jocurilor, acesta are câteva dezavantaje. În primul rând, echilibrul Nash nu este neapărat cea mai bună soluţie, soluţiile Nash nu sunt neapărat optimale. Pe de altă parte, sunt multe jocuri care au mai multe echilibre Nash, ceeace duce la o problemă de selecţie.

1.2.2 Echilibrul Pareto

Conceptul de Echilibru Pareto este inspirat din Optimizare Multiobiectivă. Echilibrul Pareto este alcătuit de soluţiile Pareto optimale a jocului, şi este bazat pe relaţia de dominare Pareto.

Fie $s^*, s \in S$ două profile de strategie. Un profil de strategie s^* domină Pareto pe s dacă:

$$\begin{aligned} s* \succ_P s \Leftrightarrow \ & \forall i = 1, ..., n : u_i(s^*) \geq u_i(s) \text{and} \\ & \exists j : u_j(s^*) > u_i(s). \end{aligned}$$

Un profil de strategie s^* este nedominat Pareto dacă nu există un alt profil de strategie $s \in S$ astfel încât: $s \succ_P s^*$.

Cu alte cuvinte, un profil de strategie este nedominat Pareto dacă nici un jucător nu poate devia de la strategia adoptată fără să scadă câştigul unui alt jucător.

Definiţie 2 *Echilibrul Pareto a jocului este alcătuit din soluţiile nedominate Pareto.*

1.2.3 Echilibrul Berge-Zhukovskii

Echilibrul Berge-Zhukovskii [Zhukovskii, 1994] este o stare de joc în care nici un jucător, sau grup de jucători, nu îşi poate modifica strategia astfel încât să mărească câştigul oricărui alt jucător.

Definiţie 3 *Să notăm cu N_i orice grup de jucători care exclude jucătorul i. Profilul de strategie s^* este echilibru Berge-Zhukovskii dacă*

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i^*, s_{N-i}),$$

pentru orice jucător $i = 1, ..., n$ şi $s_{N-i} \in S_{N-i}$

Capitolul 2

Detectarea Evolutivă a Echilibrelor

Una dintre cele mai importante probleme deschise din Teoria Jocurilor este detectarea echilibrului Nash. Detectarea echilibrelor poate fi privită ca o problemă multiobiectivă, unde câştigul ficeărui jucător este un obiective de maximizat.

În acest Capitol prezentăm o metodă evolutivă pentru detectarea echilibrelor de joc. Majoritatea echilibrelor de joc pot fi descrise cu ajutorul *relaţiilor generative*. Relaţa generativă a unui echilibru este folosită pentru compararea profililor de strategie cu provire la echilibrul respectiv. Algoritmul evolutiv pentru detectarea echilibrelor este bazat pe relaţii generative, care îndrumă procesul de căutare spre echilibrul dorit.

Acest Capitol se bazează pe următoarele publicaţii: [Lung and Dumitrescu, 2008, Dumitrescu et al., 20 Dumitrescu et al., 2010b, Gaskó et al., 2012].

2.1 Relaţii Generative

2.1.1 Relaţia Generativă pentru Echilibrul Nash

Fie $x, y \in S$ două profile de strategie. Să notăm cu $k(x, y)$ numărul jucătorilor i care îşi pot mări câştigul deviind de la strategia x_i la y_i [Lung and Dumitrescu, 2008]. Mai formal:

$$k(x, y) = card\{i \in N, u_i(y_i, x_{-i}) > u_i(x), x_i \neq y_i\}.$$

Valoarea $k(x, y)$ reprezintă o măsură de claitate relativă a profilelor de strategie x şi y cu privire la echilibrul Nash.

Definiţie 4 *Profilul de strategie x este mai bun decât y cu privire la echilibrul Nash ($x \succ_N y$) dacă*

$$k(x, y) < k(y, x).$$

Definiţie 5 *Profilul de strategie x este nedominat Nash, dacă nu există un alt profil de strategie $y \in S$ astfel încât*

$$y \succ_N x.$$

Relaţia $\succ_N$ poate fi considerată *relaţia generativă pentru echilibrul Nash*. Cu alte cuvinte mulţimea nedominată cu privire la relaţia $\succ_N$ aproximează echilibrul Nash. [Lung and Dumitrescu, 2008].

2.1.2 Relaţia Generativă pentru Echilibrul Pareto

Fie $x, y \in S$ două profile de strategie.

Definiţie 6 *Profilul de strategie x este mai bun decât y cu privire la echilibrul Pareto ($x \succ_P y$) dacă x domină Pareto pe y.*

Definiţie 7 *Profilul de strategie x este nedominat Pareto, dacă nu există un alt profil de strategie $y \in S$ astfel încât*

$$y \succ_P x.$$

Relaţia $\succ_P$ poate fi considerată *relaţia generativă pentru echilibrul Pareto*. Cu alte cuvinte mulţimea nedominată cu privire la relaţia $\succ_P$ aproximează echilibrul Pareto.

2.1.3 Relaţia Generativă pentru Echilibrul Berge-Zhukovskii

Fie $x, y \in S$ două profile de strategie. Să notăm cu $b(x, y)$ numărul jucătorilor a căror câştig pote fi mărit prin deviarea a unui jucător, sau a unui grup de jucători, de la strategia x la y [Gaskó et al., 2012].

Mai formal:

$$b(x, y) = card[i \in N, u_i(x) < u_i(x, y_{N-i})].$$

Definiţie 8 *Profilul de strategie x este mai bun decât y cu privire la echilibrul Berge-Zhukovskii ($x \succ_{BZ} y$) dacă*

$$b(x, y) < b(y, x).$$

Definiţie 9 *Profilul de strategie x este nedominat Berge-Zhukovskii, dacă nu există un alt profil de strategie $y \in S$ astfel încât*

$$y \succ_{BZ} x.$$

Relaţia $\succ_{BZ}$ poate fi considerată *relaţia generativă pentru echilibrul Berge-Zhukovskii.* Cu alte cuvinte mulţimea nedominată cu privire la relaţia $\succ_{BZ}$ aproximează echilibrul Berge-Zhukovskii. [Lung and Dumitrescu, 2008].

2.2 O metodă evolutivă pentru detectarea echilibrelor

Relaţiile generative permit detectarea evolutivă a diferitelor echilibre. Scopul nostru este de a detecta diferite echilibre cu ajutorul optimizării multiobjective bazată pe nedominare. Câştigul fiecărui jucător este un obiectiv de maximizat. Metodele de selecţie sunt bazate pe relaţii generative.

Metoda folosită poate fi descrisă în felul următor: O populaţie de strategie este evoluată. Fiecare individ este un vector de n dimensiuni, reprezentând un profil de strategie $s \in S$. Populaţia iniţiala este generată aleator. În fiecare pas populaţia actuală poate fi considerată ca o aproximare a echilibrului respectiv.

Pentru detectarea echilibrelor se poate folosi orice algoritm evolutiv multiobiectiv. Scopul nostru este să ne concentrăm pe echilibrele detectate, şi nu pe performaţa algoritmului folosit pentru detectarea lor.

Capitolul 3

Echilibre Joint și Fuzzy

Teoria jocurilor standard permite interacţiunea doar între jucători care iau decizii bazat pe acelaşi concept de echilibru. Cel mai popular concept de echilibru este echilibrul Nash. În viaţa reală jucătorii rareori se gândesc la fel, ei sunt afectate de diferite emoţii şi au raţionalităţi diferite.

În acest Capitol prezentăm echilibrele joint şi fuzzy. Echilibrele joint permit interacţiunea între agenţi eterogeni cu raţionalităţi diferite. Astfel se pot defini mai multe concepte de echilibre joint, cum ar fi echilibrul Nash-Pareto sau echilibrul Nash–Berge-Zhukovskii.

Echilibrul fuzzy permite ca un jucător să aibă o raţionalitate de tip fuzzy. Fiecare jucător poate fi înclinat mai mult sau mai puţin spre un echilibru. Echilibrele joint sunt un caz particular al echilibrelor fuzzy.

Acest Capitol este bazat pe următoarele publicaţii: [Dumitrescu et al., 2010a, Nagy et al., 2011a].

3.1 Echilibrul Fuzzy

Fiecare concept de echilibru descrie un tip de raţionalitate. Echilibrele standard modelează raţionalităţi extreme, nerealiste. De exemplu echilibrul Nash modelează un comportament egoist, echilibrul Pareto şi Berge-Zhukovskii corespund unor raţionalităţi mai altruiste.

Echilibrul fuzzy [Dumitrescu et al., 2010a] permite ca un jucător să aibă diferite înclinări spre diferite echilibre. Această înclinare poate fi modelat prin apartenenţe fuzzy. În acest fel putem introduce mai concepte de echilibre fuzzy, precum echilibrul fuzzy Nash-Pareto şi echilibrul fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii.

3.1.1 Echilibrul Fuzzy Nash-Pareto

Să considerăm mulţimea fuzzy A_N pe mulţimea jucătorilor N, adică

$$A_N : N \to [0, 1].$$

$A_N(i)$ exprimă apartenenţa jucătorului i la clasa a_N a jucătorilor Nash.

Similar, mulţimea fuzzy

$$A_P : N \to [0, 1]$$

descrie clasa de jucători înclinaţi spre echilibrul Pareto.

În această Secţiune considerăm jucători înclinaţi spre echilibrul Nash şi echilibrul Pareto. $\{A_N, A_P\}$ reprezintă o partiţie fuzzy pe mulţimea jucătorilor N. Deci condiţia

$$A_N(i) + A_P(i) = 1$$

este valabilă pentru orice jucător i.

Valorile $A_N(i)$ şi $A_P(i)$ indică raţionalitate jucătorului i. Dacă pentru jucătorul i $A_N(i) = 1$ (deci $A_P(i) = 0$) înseamnă că jucătorul i are o raţionalitate strictă Nash. În cazul în care un jucător are o raţionalitate strictă Nash iar adversarul are o raţionalitate strictă Pareto vorbim despre *echilibrul joint Nash-Pareto.*

Relaţia Generativă pentru Fuzzy Echilibrul Nash-Pareto

Fie unrmătoarea funcţie:

$$t(a) = \begin{cases} 1, & \text{daca } a > 0, \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

Să notăm cu $E_N(x, y)$ versiunea fuzzy a măsurii de calitate $k(x, y)$. $E_N(x, y)$ poate fi definit după cum urmează:

$$E_N(x, y) = \sum_{i=1}^{n} A_N(i) t(u_i(y_i, x_{-i}) - u_i(x)).$$

$E_N(x, y)$ exprimă o calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la clasa fuzzy a jucătorilor Nash.

Calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la clasa fuzzy a jucătorilor Pareto, $E_P(x, y)$, este definit astfel:

$$E_P(x, y) = \sum_{i=1}^{n} A_P(i) t(u_i(y) - u_i(x)).$$

Calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la echilibrul fuzzy Nash-Pareto este definit astfel:

$$E_{fNP}(x, y) = E_N(x, y) + E_p(x, y).$$

Folosind măsura de calitate E_{fNP} putem compare două profile de strategii.

Definiţie 10 *Relaţia $\succ_{fNP}$ poate fi definit astfel:*

$$x \succ_{fNP} y \Leftrightarrow E_{fNP}(x, y) < E_{fNP}(y, x)$$

.

Relaţia $\succ_{fNP}$ poate fi considerată relaţia generativă pentru *echilibrul fuzzy Nash-Pareto.*

3.1.2 Echilibrul Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii

Jucătorii cu o raţionalitate Berge-Zhuvovskii sunt jucători altruişti care iau în considerare interesele adversarilor.

Mulţimea fuzzy

$$A_{BZ} : N \to [0, 1]$$

descrie clasa de jucători înclinaţi spre echilibrul Berge-Zhukovskii.

În această Secţiune considerăm jucători cu înclinaţi spre echilibrul Nash şi echilibrul Berge-Zhukovskii. $\{A_N, A_{BZ}\}$ reprezintă o partiţie fuzzy pe mulţimea jucătorilor N. Deci condiţia

$$A_N(i) + A_{BZ}(i) = 1$$

este valabilă pentru orice jucător i.

Valorile $A_N(i)$ şi $A_{BZ}(i)$ indică raţionalitate jucătorului i. Dacă pentru jucătorul i $A_{BZ}(i) = 1$ (deci $A_N(i) = 0$) înseamnă că jucătorul i are o raţionalitate strictă Berge-Zhukovskii. În cazul în care un jucător are o raţionalitate strictă Nash iar adversarul are o raţionalitate strictă Berge-Zhukovskii vorbim despre *echilibrul joint Nash–Berge-Zhukovskii.*

Relaţia Generativă pentru Echilibrul Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii

Fie unrmătoarea funcţie:

$$t(a) = \begin{cases} 1, & \text{daca } a > 0, \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

Să notăm cu $E_N(x, y)$ versiunea fuzzy a măsurii de calitate $k(x, y)$. $E_N(x, y)$ poate fi definit după cum urmează:

$$E_N(x, y) = \sum_{i=1}^{n} A_N(i) t(u_i(y_i, x_{-i}) - u_i(x)).$$

$E_N(x, y)$ exprimă o calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la clasa fuzzy a jucătorilor Nash.

Versiunea fuzzy pentru măsura $b(x, y)$ poate fi definit:

$$E_{BZ}(x, y) = \sum_{i=1}^{n} A_{BZ}(i) t(u_i(y, x_{N-i}) - u_i(x)).$$

$E_{BZ}(x, y)$ exprimă o calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la clasa fuzzy a jucătorilor Berge-Zhukovskii.

Calitate relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la echilibrul fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii poate fi definit astfel:

$$E_{fNBZ}(x, y) = E_N(x, y) + E_{BZ}(x, y).$$

Folosind măsura de calitate E_{fNBZ} putem compare două profile de strategii.

Definiţie 11 *Relaţia $\succ_{fNBZ}$ poate fi definit astfel:*

$$x \succ_{fNBZ} y \Leftrightarrow E_{fNBZ}(x, y) < E_{fNBZ}(y, x)$$

.

Relaţia $\succ_{fNBZ}$ poate fi considerată relaţia generativă pentru *echilibrul fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii.*

Capitolul 4

Modelarea Comportamentului Uman

În foarte multe cazuri, teoria standard nu este adecvată pentru modelarea situaţiilor din viaţa reală. Toţi jucători care joacă după echilibrul Nash sunt raţionali şi singurul lor obiectiv este maximizarea câştigului. Echilibrul Nash modelează un comportament egoist extrem.

Jocurile de tip trust sunt jocuri în care jucătorii pot să aleagă o strategie mai cooperatoare sau o strategie de trădător. În cele mai multe cazuri, jucătorii obţin câştiguri mai mari dacă toţi cooperează. Însă, echilibrul Nash de cele mai multe ori este o stare în care toţi jucătorii trădează, ceea ce este o situaţie nefavorabilă jucătorilor.

Alte concepte de echilibru, ca echilibrul Pareto sau echilibrul Berge-Zhukovskii, de obicei dau un rezultat mai bun. De cele mai multe ori echilibrele Pareto şi Berge-Zhukovskii oferă jucătorilor cele mai mari câştiguri, echilibrul fiind starea în care toţi jucătorii cooperează.

Însă atât echilibrul Nash cât şi echilibrele Pareto şi Berge-Zhukovskii modelează un caz extrem, rareori întâlnit în lumea reală. După intuiţia noastră comportamentul uman se situează undeva între aceste două extreme.

În acest Capitol prezentăm două studii despre cum joacă oamenii jocul centipede. O versiune discretă şi o versiune continuu a jocului arată că jucătorii umani nu urmează predicţiile teoretice. Echilibrele fuzzy sunt propuse pentru a reproduce rezultatele obţinute cu jucători umani.

Acest Capitol se bazează pe următoarele publicaţii: [Dumitrescu et al., 2010b] şi [Nagy et al., 2012a].

4.1 Cum Joacă Oamenii?

4.1.1 Jocul Centipede Discret

În [McKelvey and Palfrey, 1992] este studiat comportamentul uman în trei versiuni a jocului centipede discret [Rosenthal, 1981]: o versiune cu patru runde, o versiune cu şase runde şi o versiune cu câştiguri mari.

În fiecre versiune, dacă jucătorii se gândesc raţional, atunci fiecare jucător se opreşte în prima rundă. Însă rezultatele arată, că oamenii nu sunt raţionali. Participanţii la experimente nu au cunoştinţe de teoria jocurilor, şi nu sunt familiari cu conceptul de echilibru Nash.

Rezulatele arată că foarte puţini dintre participanţi au ales să se oprească în prima rundă. Pe de altă parte, foarte puţini au riscat să aştepte până runda finală, chiar dacă câştigurile spre final cresc exponenţial. Majoritatea jucătorilor a decis să se oprească undeva la mijloc, alegând astfel a strategie de cooperare parţială.

4.1.2 Jocul Centipede Continuu

Jocul centipede continuu este introdus în [Murphy et al., 2006]. Ca şi în cazul discret, echilibrul Nash a jocului centipede continuu e când toţi jucătorii opresc timpul la 0 secunde, deci toţi jucători au câştiguri minime.

[Murphy et al., 2006] studiază comportamentul uman în jocul centipede continuu cu următoarele parametrii: $T = 45$, $\theta = 5$, $\lambda = 5$, $\delta = 0.5$ şi $g = 0$. Deci jucătorii care pierd iau 10% din câştigul învingătorului, iar dacă nimeni nu opreşte timpul în 45 de secunde, câştigul tuturor va fi 0.

Experimentele au fost efectuate cu 21 de participanţi, fără cunoştinţe din Teoria Yocurilor. Ei au fost repartizaţi aleator în grupuri de câte trei jucători. Participanţii nu au fost informaţi despre oponentele lor, deci colaborarea nu a fost posibilă. Jocul s-a repetat pentru 47 de runde, şi pentru fiecare rundă s-a înregistrat timpurile de oprire pentru fiecare grupă. Rezultatele arată că majoritatea jucătorilor opresc timpul undeva între 25 şi 45 de secunde. Acest rezultat nu corespunde nici unui concept standard de echilibru.

4.2 Comportamentul Uman şi Echilibrul Fuzzy

Echilibrele standard de joc modelează raţionalităţi extreme. Echilibrul Nash modelează un egoism extrem, jucătorilor nu le pasă decât de maximizarea propriului câştig. Echilibrele Pareto şi Berge-Zhukovskii de pa altă parte modelează un altruism extrem după care jucătorii iau decizii considerând doar câştigul oponenţilor.

Nici una dintre aceste extreme nu sunt realiste. Experimentele făcute pe jucători umani arată, că raţionalitatea oamenilor este undeva între aceste extreme.

Cu ajutorul echilibrului fuzzy se pot obţine stări de echilibru intermediare, deci echilibrul fuzzy ar putea fi un instrument bun pentru modelarea jucătorilor umani. După intuiţia noastră combinarea unui raţionalităţi egoiste cu o raţionalitate mai altruistă poate da rezultate mai realiste.

Experimentele noastre numerice arată că echilibrele fuzzy sunt adecvate pentru reproducerea rezultatelor umane. Cu ajutorul echilibrului fuzzy Nash-Pareto am reuşit să obţinem rezultatele umane pentru jocul centipede discret. Însă cu ajutorul echilibrul Nash-Pareto nu este adecvat pentru obţinerea unor stări intermediare pentru jocul centipede continuu. Rezultatele umane pentru cazul continuu sunt aproximate cu echilibrul fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii.

Capitolul 5

Echitabilitate în Jocuri

Echilibrele Nash si Pareto sunt conceptele cele mai des folosite în Teoria Jocurilor. Soluţiile din echilibrul Nash deseori nu sunt şi Pareto optimale. De multe ori se poate obţine o soluţie mai bună pentru toţi jucători dacă mai mulţi jucători deviază deodată. Pe de altă parte, echilibrul Pareto este alcătuit din soluţii optimale, însă mărimea setului de soluţii de cele mai multe ori este foarte mare. Mai mult de atât, în soluţiile Pareto câştigurile sunt distribuite într-un mod necinstit.

Dominarea Lorenz, introdusă de Kostreva şi Ogryczak în [Kostreva and Ogryczak, 1999], este o rafinare a dominării Pareto folosit în Teoria Deciziilor şi probleme de optimizare echitabile. Setul de soluţii optimale Lorenz este un subset a setului de soluţii Pareto optimale.

O problemă des întâlnită în optimizare multiobiectivă este că mulţimea soluţiilor optime este foarte mare, chiar infinit. În acest caz apare o problemă de decizie. În acest Capitol studiem aplicarea relaţiei de dominare Lorenz pentru probleme de optimizare multiobiectivă. Un algoritm bazat pe Differential Evolution [Storn and Price, 1997] şi dominare Lorenz este propus pentru detectarea soluţiilor Lorenz. Comparat cu algoritmul bazat pe dominare Pareto, algoritmul care foloseşte relaţia Lorenz este mai scalabil cu numărul de obiective. [Nagy et al., 2012b].

Bazată pe relaţia de dominare Lorenz, conceptul de echilibru Lorenz pentru jocuri necooperative este propus în [Nagy et al., 2011b]. Echilibrul Lorenz este aplicat în procesul de selecţie a unui singur echilibru Nash în cazul în care jocul are mai multe echilibre [Nagy et al., 2012c].

Acest Capitol este bazat pe următoarele publicaţii: [Nagy et al., 2011b], [Nagy et al., 2012c] and [Nagy et al., 2012b].

5.1 Relaţia de Dominare Lorenz

Relaţia de dominare Lorenz este definită în [Kostreva and Ogryczak, 1999] şi extinsă în [Kostreva et al., 2004].

Să considerăm o problemă de optimizare multiobiectivă cu m obiective şi n parametrii. Problema poate fi formulată astfel:

$$\begin{cases} \text{Max} & f(x) \\ & x \in X \\ \text{unde:} & f_i : X \to Y, \\ & f(x) = (f_1(x), ..., f_m(x)), \\ & x = (x_1, ..., x_n). \end{cases} \tag{5.1}$$

unde x este vectorul de decizie, X este spaţiul de căutare, $f(x)$ este vectorul de obiective şi Y este spaţiul obiectiv.

Să notăm o oarecare relaţie de dominare slabă cu $\succeq$. Relaţiile de dominare stricte, $\succ$, şi de indiferenţă, $\cong$, pot fi definite astfel:

$$y' \succ y'' \Leftrightarrow (y' \succeq y'' \text{ and not } y'' \succeq y').$$

$$y' \cong y'' \Leftrightarrow (y' \succeq y'' \text{ and } y'' \succeq y').$$

Conceptul de dominare cel mai des folosit este dominarea Pareto ($\succeq_P$, $\succ_P$).

Relaţia de dominare Lorenz este o rafinare a relaţiei Pareto. În afară de maximizarea obiectivelor, o ţintă importantă este şi echitabilitatea. Pentru ca relaţiile de dominare $\succeq$ şi $\succ$, să fie echitabile, trebuie să îndeplinească următoarele condiţii:

(1) Monotonie:

Pentru orice $x', x'' \in X$:

$$f(x') \succeq_P f(x'') \Rightarrow f(x') \succeq f(x'')$$

şi

$$f(x') \succ_P f(x'') \Rightarrow f(x') \succ f(x'').$$

(2) Imparţialitate:

În cazul soluţiilor echitabile distribuţia valorilor este mai importantă decât ordinea lor. De exemplu o soluţie cu valori obiective de $(1, 4, 2)$ este la fel de bună ca o soluţie cu valori obiective de $(2, 1, 4)$. Mai formal:

$$(f_{\tau(1)}(x), f_{\tau(2)}(x), ..., f_{\tau(m)}(x)) \cong (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))$$

pentru oice permutaţie τ de $\{1, 2, ...m\}$, $x \in X$.

(3) Principiul de transfer (Pigou-Dalton):

Principiul de transfer [Stephen et al., 1999] poate fi formulat astfel:

$$\begin{gathered} f_i(x) > f_j(x) \Rightarrow \\ ((f_1(x), ..., f_i(x) - \epsilon, ..., f_j(x) + \epsilon, ..., f_m(x)) \succ (f_1(x), ..., f_m(x)) \end{gathered}$$

pentru $0 < \epsilon < f_{i'}(x) - f_{i''}(x)$.

De exemplu, o soluţie cu valori obiective $(2, 2, 3)$ este preferat mai mult decât o soluţie cu valori obiective de $(1, 2, 4)$.

O relaţie de dominare care satisface axiomele $(1) - (3)$ este numit o relaţie de dominare echitabilă, sau relaţie de dominare Lorenz [Kostreva and Ogryczak, 1999], [Kostreva et al., 2004].

Definiţie 12 *Fie*

$$f_{(1)}(x), f_{(2)}(x), ..., f_{(m)}(x)$$

elementele lui

$$f = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))$$

sortate în ordine crescătoare:

$$f_{(1)}(x) \leq f_{(2)}(x) \leq ... \leq f_{(m)}(x)$$

Fie $x \in X$ un vector de decizie.

Vectorul Lorenz generalizat a soluţiei x poate fi definit ca:

$$L(x) = (l_1, ..., l_m),$$

unde

$$l_1 = f_{(1)}(x),$$

$$l_2 = f_{(1)}(x) + f_{(2)}(x),$$

$$\ldots$$

$$l_m = \sum_{i=1}^{m} f_{(i)}(x).$$

Definiţie 13 *Fie $x', x'' \in X$ două soluţii. Soluţia x' domină slab Lorenz soluţia x'' dacă:*

$$x' \succeq_L x'' \Leftrightarrow L(x') \succeq_P L(x'').$$

Definiţie 14 *Fie $x', x'' \in X$ două soluţii. Soluţia x' domină Lorenz soluţia x'' dacă:*

$$x' \succ_L x'' \Leftrightarrow L(x') \succ_P L(x'').$$

Observaţie 1 *Dacă soluţia $x \in X$ este o soluţie Lorenz optimală of a unei probleme multi-obiective, atunci x este şi Pareto-optială [Kostreva et al., 2004].*

5.2 Echilibrul Lorenz

Conceptul de echilibru Lorenz pentru jocuri necooperative, definit în [Nagy et al., 2011b], se bazează pe relaţia de dominare Lorenz.

Echilibrul Lorenz este alcătuit din soluţiile cele mai echitabile a jocului. Echitabilitatea în jocuri necooperative presupune o distribuţie egală între jucători. Soluţiile Lorenz sunt în acelaşi timp şi Pareto optimale ceea ce, spre deosebire de echilibrul Nash, asigură întotdeauna câştiguri maxime jucătorilor. Echilibrul Lorenz este un subset al echilibrului Pareto, şi este alcătuit din mai puţine soluţii. Jocurile considerate în experimentele numerice au o infinitate de echilibre Pareto şi doar un singur echilibru Lorenz.

În cazul în care un joc are mai multe echilibre Nash apare o problemă de decizie. Teoria Jocurilor nu are un mecanism standard de selecţie a unui singur echilibru în cazul mai multor echilibre Nash. Intuiţia noastră este că echilibrul Lorenz poate fi aplicat în procesul de selectare. Alegerea punctului de echilibru Nash care este cel mai aproape de echilibrul Lorenz în spaţiul obiectivelor este o alegere naturală [Nagy et al., 2012c]. Experimentele numerice confirmă această ipoteză.

Capitolul 6

Jocuri Multicriteriale

În teoria standard jucătorii au un singur obiectiv: maximizarea câştigului. Acest model este unul foarte simplificat. Situaţiile din lumea reală sunt mai complexe, jucătorii de obicei trebuie să ia în considerare mai multe criterii. Aceste criterii nu se pot compara, şi nu pot fi agregate într-un singur criteriu.

Jocurile mulitcriteriale (sau jocuri cu câştiguri vectoriale) sunt extensii ale jocurilor unicriteriale, şi oferă un model mai realist al situaţiilor reale. Un joc multicriterial necooperativ poate fi definit ca un sistem:

$$\Gamma = ((N, S_i, u_i), i = \overline{1, n}),$$

unde:

- N reprezintă o mulţime de jucători iar n reprezintă numărul jucătorilor;
- S_i este mulţimea acţiunilor posibile pentru jucătorul i.

  $$S = S_1 \times S_2 \times ... \times S_n$$

  S este mulţimea tuturor strategiilor posibile ale jocului.
- Pentru fiecare jucător $i \in N$

  $$u_i : S \to R^{r(i)}$$

  reprezintă funcţia sa de câştig, unde $r(i)$ este numărul criteriilor pentru jucătorul i.

6.1 Concepte de Echilibre în Jocuri Multicriteriale

Jocurile multicriteriale sunt bine studiate. De-a lungul anilor s-au propus mai multe concepte de echilibru, şi s-a studiat în profunzime existenţa lor [Borm et al., 1988] [Zhao, 1991] [Wang, 1993] [Borm et al., 1999].

6.1.1 Echilibrul Multicriterial Pareto-Nash

Echilibrul Pareto-Nash , introdus în [Shapley and Rigby, 1959], este unul din primele echilibre propuse pentru rezolvarea jocurilor multicirteriale, şi este cel mai popular concept de soluţie. Echilibrul Pareto-Nash este o extindere a echilibrului Nash unicriterial şi este bazat pe dominarea Pareto. Putem vorbi despre echilibru Nash-Pareto slab şi strict.

Definiţie 15 *Un profil de strategie $s^* \in S$ este un echilibru multicriterial Pareto-Nash slab, dacă*

$$u_i(s^*) \succeq_P u_i(s_i s^*_{-i}),\ \forall s_i \in S_i, \forall i \in N$$

Definiţie 16 *Un profil de strategie $s^* \in S$ este un echilibru multicriterial Pareto-Nash strict, dacă*

$$u_i(s^*) \succ_P u_i(s_i s^*_{-i}),\ \forall s_i \in S_i, \forall i \in N$$

Observaţie 2 *Numele pentru echilibrul multicriterial Pareto-Nash este similar cu numele echilibrului joint Nash-Pareto, însă conceptele sunt total diferite.*

6.1.2 Echilibrul Nash Ideal

Echilibrul Nash ideal este introdus în [Voorneveld et al., 1999], şi studiat în detaliu în [Radjef and Fahem Jocurile multicriteriale pot fi privite ca organizaţii cu mai mulţi asociaţi; fiecare criteriu corespunde cu interesul unui asociat. Deci fiecare jucător i corespunde unui organizaţii cu r_i asociaţi.

Idea conceptului de echilibru Nash ideal este următoarea: deciziile unei organizaţii trebuie luată în comun acord de către toţi asociaţi. Obiectivul fiecărui asociat este maximizarea propriului câştig. Câştigul organizaţiei şi a asociaţiilor depinde şi de deciziile celorlalte organizaţii. Această argumentare este una realistă, deciziile din viaţa reală deseori sunt luate de mai mulţi agenţi cu diferite obiective.

Definiţie 17 *Echilibrul Nash Ideal a unui joc multicriterial G este alcătuit din soluţiile care sunt echilibre Nash în componentele unicriteriale G_i a jocului multicriterial G.*

6.2 Detectarea Echilibrului în Jocuri Multicriteriale

Cercetarea jocurilor multicriteriale este concentrată pe conceptele de echilibre şi existenţa lor. Detectarea echilibrelor în jocuri multicriteriale a primit mai puţină atenţie. Similar cu cazul unicriterial, echilibrele multicriteriale pot fi descrise cu ajutorul relaţiilor de dominare. Idea este că soluţiile nedominate cu privire la relaţia de dominare aproximează echilibrul de joc.

6.2.1 Relaţia Generativă pentru Echilibrul Multicriterial Pareto-Nash

Fie $x, y \in S$ două profile de strategii. $k_{PN}(x, y)$ denotă numărul jucătorilor i care deviind de la strategia x_i la y_i pot mări câştigul la un criteriu fără a scade câştigul la un alt criteriu. Mai formal:

$$k_{PN}(x, y) = card\{i \in N, u_i(y_i, x_{-i}) \geq_P u_i(x), x_i \neq y_i\}.$$

Să considerăm relaţia $\prec_{PN}$ definită ca:

$$x \prec_{PN} y \Leftrightarrow k_{PN}(x, y) < k_{PN}(y, x).$$

$k_{PN}(x, y)$ este o măsură relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la echilibrul multicriterial Pareto-Nash.

Relaţia $\prec_{PN}$ poate fi considerată *relaţia generativă pentru echilibrul multicriterial Pareto-Nash*, adică setul soluţiilor nedominate cu privire la relaţia $\prec_{PN}$ aproximează echilibrul multicriterial Pareto-Nash.

6.2.2 Relaţia Generativă pentru Echilibrul Multicriterial Nash Ideal

Fie $x, y \in S$ două profile de strategii. $k_{iN}(x, y)$ denotă numărul jucătorilor i care deviind de la strategia x_i la y_i îşi pot mări câştigul la oricare dintre criterii. Mai formal:

$$k_{iN}(x, y) = card\{i \in N, u_i^j(y_i, x_{-i}) > u_i^j(x) \forall j \in M, x_i \neq y_i\}.$$

Să considerăm relaţia $\prec_{iN}$ definită ca:

$$x \prec_{iN} y \Leftrightarrow k_{iN}(x, y) < k_{iN}(y, x).$$

$k_{iN}(x, y)$ este o măsură relativă a profilului de strategie x şi y cu privire la echilibrul Nash ideal.

Relaţia $\prec_{iN}$ poate fi considerată *relaţia generativă pentru echilibrul Nash ideal*, adică setul soluţiilor nedominate cu privire la relaţia $\prec_{iN}$ aproximează echilibrul Nash ideal.

6.2.3 O Metodă Evolutivă pentru Detectarea Echilibrelor Multicriteriale

Metoda evolutivă de detectare a echilibrelor multicriteriale se bazează pe metoda folosită pentru jocuri unicriteriale descris în Secţiunea 2.2. Baza metodei este un algoritm evolutiv multiobiectiv. O populaţie de profile de strategii este evaluată. Obiectivele de maximizat sunt câştigurile fiecărui jucător, dar spre deosebire de cazul unicriterial, câştigul fiecărui jucător este un vector cu o dimensiune de r_i.

Dominarea Pareto, folosită în algoritmul evolutiv, este înlocuită cu relaţiile generative multicriteriale. În fiecare pas populaţia actuală poate fi considerată ca o aproximare a echilibrului respectiv.

Pentru detectarea echilibrelor se poate folosi orice algoritm evolutiv multiobiectiv. Scopul nostru este să ne concentrăm pe echilibrele detectate, şi nu pe performaţa algoritmului folosit pentru detectarea lor.

6.3 Jocuri Multicriteriale şi Câştiguri de Identitate

Avantajul jocurilor multicriteriale faţă de jocurile unicriteriale este faptul că ele oferă un model mai realist a situaţiilor din viaţa reală. De cele mai multe ori jucătorii iau decizii bazându-se pe mai multe criterii, care nu pot fi unificate într-un singur criteriu.

Jocurile standard unicriteriale iau în considerare un singur obiectiv: câştigul jucătorilor. Însă jucătorii reali sunt influenţaţi de mulţi factori în afară de câştig. Ei pot fi afectaţi de emoţii, de moralitate, etc, factori care sunt greu de cuantificat şi nu pot fi incluşi în câştigul concret.

Cu ajutorul jocurilor multicriteriale avem posibilitatea de a modela factorii umani menţionaţi mai sus ca un criteriu separat. În acest fel putem modela un fel de identitate a jucătorului, deci ne referim la acest criteriu ca şi un *câştig de identitate*.

În acest fel jocurile standard unicriteriale pot fi transformate în jocuri multicriterile, primul criteriu fiind câştigul concret, iar al doilea criteriu câştigul de identitate. Astfel putem obţine jocuri mai realiste.

6.3.1 Dileme Standard cu Câştiguri de Identitate

Să considerăm dilemele de bază cu doi jucători. În toate tipurile principale de dileme cu doi jucători (dilema prizonierului, jocuri tip uli-porumbei şi jocuri de coordinare) jucătorii pot alege între cooperare şi trădare. În cazul în care interesul ambilor jucători sunt luate în considerare, rezultatul cel mai bun este cooperarea reciprocă. Însă echilibrul Nash în nici un caz nu este cooperarea reciprocă.

În această Secţiune extindem dilemele discrete cu doi jucători în dileme multicriteriale. La câştigul actual este adăugat un al doilea criteriu: câştigul de identitate.

În dilemele standard cea mai importantă întrebare este dacă un jucător se gândeşte la bunul comun şi este dispus să coopereze, sau se gândeşte doar la propriul câştig şi alege trădarea. Jocul etic sugerează cooperarea. Un jucător care are o identitate de cooperator nu va alege trădarea în ciuda faptului că profitul pentru trădare pote fi mai mare. Această identitate poate fi modelat ca un al doilea criteriu.

Cele trei dileme clasice din Teoria Jocurilor sunt transformate în jocuri multicriteriale cu câştiguri de identitate. Echilibrele Nash multicriteriale (Pareto-Nash şi Nash Ideal) sunt mai aproape de cooperare reciprocă decât în cazul unicriterial.

Capitolul 7

Modele Oligopol pentru Radiouri Cognitive

Problema accessului la spectru este modelată cu ajutorul jocurilor necooperative. Considerăm modelele de oligopol reformulate pentru modelarea accesului la resurse a radiourilor cognitive. Cum situaţiile de acces la spectru nu implică un număr mare de utilizatori, sunt considerate jocuri cu doi şi trei jucători. Sunt analizate atât versiunile discrete cât şi cele continue a jocurilor. Propunem diferite concepte de echilibre pentru rezolvarea problemei de alocare a resurselor.

Acest Capitol se bazează pe următoarele publicaţii: [Cremene et al., 2010, Cremene et al., 2011, Cremene et al., 2012].

7.1 Modelare Cournot

În această secţiune analizăm o situaţie de acces la spectru nelicenţiat ca o reformulare a jocului Corunot. În jocul Cournot jucătorii sunt firme, care produc aceeaşi marfă. Fiecare firmă poate alege cantitatea produsului, preţul produsului fiind determinat de cerere şi de cantitatea totală produsă de toate firmele. Acest joc este adecvat pentru modelarea accesului la spectru nelicenţiat a radiourilor cognitive.

Să presupunem că sunt n radiouri cognitive care vor să acceseze simultan aceeaşi set de canale disponibile. Fiecare radio poate să decidă câte canale va accesa simultan (să notăm acest număr cu c_i). Întrebarea este, câte canale să acceseze un radio pentru o activitate eficientă? Cu cât accesează mai multe canale creşte calitatea de funcţionare, dar creşte şi costul de operare.

Jocul Cournot poate fi reformulat astfel [Neel, 2006]:

- Jucătorii sunt radiouri cognitive care încearcă să acceseze un set de canale disponibile, W;

- Strategia fiecărui jucător i este numărul de canale accesate c_i; Un profil de strategie este un vector
$$c = (c_1, ..., c_n)$$
.

- Funcţia de câştig pentru fiecare jucător este diferenţa între o funcţie de goodput $(P(C)c_i)$ şi costul accesării a canalelor $(C_i(c_i))$:
$$u_i(c) = P(C)c_i - C_i(c_i).$$

Scopul nostru este să ne concentrăm pe diferite echilibre de joc, deci considerăm un model simplificat, cu o funcţie de goodput lineară şi costuri constante pentru fiecare radio. Funcţia de goodput poate fi definit ca:

$$P(C) = \begin{cases} W - C, & \text{daca } W > C, \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

unde

- W este numărul de canale disponibile, iar
- $C = \sum_{i=1}^{n} c_i$ este numărul total de canale accesate de toate radiouri.

Costul unui radio pentru a accesa un număr c_i de canale este dat de:

$$C_i(c_i) = Kc_i.$$

Deci funcţia de câştig poate fi rescrisă după cum urmează:

$$u_i(c) = (W - \sum_{k=1}^{n} c_k)c_i - Kc_i,$$

Echilibrul Nash a jocului este dat de formula:

$$c_i^* = \frac{W - K}{n - 1}, \forall i \in N.$$

Această soluţie nu este o soluţie optimală ceea ce rezultă în utilizarea ineficientă a spectrului. Echilibrele joint Nash-Pareto şi Lorenz sunt propuse ca şi soluţii alternative.

Echilibrul joint Nash-Pareto permite interacţiunea între jucători eterogeni. Câştigurile asigurate de echilibrul Nash-Pareto sunt mai mari decât câştigurile date de echilibrul Nash. Experimentele numerice arată că jucătorul Nash are un câştig mai mare decât jucătorul Pareto.

Echilibrul Lorenz se află pe mijlocul frontului Pareto. Soluţia Lorenz, fiind optimală, asigură un utilizarea eficientă a spectrului.

7.2 Modelare Bertrand

În această Secţiune studiem o situaţie de acces la spectru în care resurse disponibile sunt limitate. Modelul Bertrand este adecvat pentru modelarea acestei situaţii. Fiecare radio poate să aleagă un număr ţintă de simboluri neinterferate. Scopul fiecărui radio este să activeze un set de canale care să permită atingerea numărului de simboluri neinterferate.

Modelul Bertrand poate fi reformulat astfel:

- Jucătorii sunt radiouri cognitive care încearcă să acceseze un set de canale disponibile, W;
- Strategia fiecărui jucător i este numărul ţintă de simboluri neinterferate p_i;
- Funcţia de câştig pentru fiecare jucător este diferenţa între o funcţie de goodput şi costul accesării a canalelor.

Cu cât jucătorii aleg un număr mai mic de simboluri neinterferate, şansa lor de accesare a canalelor creşte. În cazul în care un radio alege un număr prea mare de simboluri neinterferate, sunt şanse ca un alt radio cu o cerere mai mică să primească acces la spectru. În cazul în care mai multe radiouri cognitive concurează pentru resurse, cel mai posibil este ca radioul cu nevoi mai mici să poată accesa canalele disponibile. În cazul în care sunt mai multe radiuori cu aceeaşi număr minim de simboluri neinterferate, ei împart resursele.

Scopul nostru este să ne concentrăm pe diferite echilibre de joc, deci considerăm un model simplificat, cu o funcţie de goodput lineară şi costuri constante pentru fiecare radio.

Funcţia de cerere pentru un număr p de simboluri neinterferate este definită ca:

$$D(p) = \begin{cases} W - p, & \text{daca } p \leq W, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Costul pentru a accesa un număr c_i de canale este dat de:

$$C_i(c_i) = Kc_i.$$

Deci funcţia de câştig poate fi definită ca:

$$u_i(p_1, ..., p_n) = \begin{cases} \frac{1}{m}(p_i - K)(W - p_i), & \text{daca } p = min(p_1, ..., p_n) \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

unde m este numărul jucătorilor cu acelaşi număr minim de simboluri neinterferate.

Echilibrul Nash a jocului este date de formula

$$p_i = K, i = 1, ..., n.$$

Această soluţie este cea mai nefavorabilă soluţie posibilă, unde câştigul radiourilor este zero, adică nici un radio nu accesează resursele disponibile.

Echilibrele joint Nash-Pareto şi Lorenz sunt propuse ca şi soluţii alternative.

Echilibrul joint Nash-Pareto permite interacţiunea între jucători eterogeni. Similar ca în modelul Cournot, câştigurile asigurate de echilibrul Nash-Pareto sunt mai mari decât câştigurile în echilibrul Nash. Experimentele numerice arată că jucătorul Nash are un câştig mai mare decât jucătorul Pareto. Câştigul pentru jucătorul Pareto este zero.

Echilibrul Lorenz în cazul continuu este identic cu echilibrul Pareto, deoarece echilibrul Pareto este alcătuit din două soluţii neechitabile. Însă în cazul discret, în care sunt mai multe soluţii Pareto, soluţia Lorenz este singura soluţie echitabilă, care asigură o utilizare mai eficientă de spectrului.

Capitolul 8

Concluzii

Domeniul Tezei este Teoria Computaţională a Jocurilor. Cel mai important concept de soluţie este echilibrul Nash. Acesta are câteva dezavantaje majore. În primul rând echilibrul Nash în cele mai multe ori nu asigură câştiguri optimale, iar în unele cazuri un joc poate avea mai multe echilibre Nash.

Alte concepte de soluţii, precum echilibrul Pareto, asigură câştiguri optimale, însă de cele mai multe ori acesta este alcătuit de o infinitate de soluţii. Teoria standard nu oferă un mecanism general pentru selectarea unui singur echilibru în cazul în jocurilor cu mai multe echilibre.

Jocurile necooperative permit interacţiunea doar între agenţi care iau decizii bazate pe acelaşi concept de echilibru. Conceptele standard de echilibre nu sunt realiste. Ei modelează comportamente şi raţionalităţi extreme. Jucătorii umani sunt afectate de emoţii, nu se comportă raţional, şi nu toţi gândesc la fel.

Scopul acestei Teze este definirea unor concepte noi şi construirea unor modele mai realiste pentru modelarea mai adecvată a lumii reale.

8.1 Rezumatul Rezultatelor

Este propus conceptul de echilibru fuzzy. Echilibrul fuzzy permite ca un jucător să aibă raţionalitate de tip fuzzy. Fiecare jucător poate fi înclinat mai mult sau mai puţin spre un echilibru. Această înclinare poate fi exprimată prin apartenenţe fuzzy. Prin reglarea apartenenţelor se pot obţine mai mult tipuri de echilibre fuzzy, precum echilibrul Fuzzy Nash-Pareto sau echilibrul Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii. Echilibrele fuzzy sunt ilustrate pe diferite jocuri de tip oligopol. Experimentele numerice arată că echilibrele fuzzy modelează stări intermediare între cele două echilibre extreme.

Sunt prezentate două studii despre cum joacă oamenii. Sunt studiate două jocuri de tip trust. Experimentele pe jucători umani arată că oamenii rareori aleg echilibrele standard. Doar foarte puţine oameni aleg cooperarea totală (echilibru Pareto sau Berge-Zhukovskii) sau trădarea (echilibrul Nash). Majoritatea oamenilor alege cooperarea parţială, şi aleg o strategie între cele două extreme. Echilibrele fuzzy sunt propuse pentru reproducerea rezultatelor umane.

Se prezintă prezintă relaţia de dominare Lorenz. Relaţia Lorenz este o rafinare a relaţiei de dominare Pareto. În acest capitol propunem aplicarea relaţiei Lorenz pentru rezolvarea problemelor de optimizare multiobiective. Rezultatele numerice arată că algoritmii evolutivi bazaţi pe relaţia Lorenz sunt mai preformanţi în cazul creşterii numărului de obiective în comparaţie cu algoritmi evolutivi bazate pe relaţia Pareto.

Bazat pe relaţia de dominare Lorenz e introdus conceptul de echilibru Lorenz pentru jocuri necooperative. Echilibrul Lorenz este o mulţime de soluţii Pareto-optimale, care oferă câştiguri echitabile pentru toţi jucători. Mai mult decât atât, echilibrul Lorenz poate fi aplicat în procesul de selecţie a unui singur echilibru Nash în cazul în care jocul are mai multe echilibre.

În Teză este propusă o metodă pentru detectarea echilibrelor în jocuri multicriteriale. Jocurile multicriteriale sunt considerate modele mai realiste decât jocurile cu funcţii de câştig scalare. În viaţa reală sunt mai multe criterii de considerat la luarea deciziilor. Aceste decizii de multe ori sunt contradictorii, ele nu pot fi agregate într-un singur criteriu. Dilemele clasice din Teoria Jocurilor sunt transformate în jocuri multicriteriale cu adăugarea unui câştig de identitate pe lângă câştigurile propriu zise. Câştigul de identitate modelează factorul uman al jucătorilor, astfel pot fi obţinute modele mai realiste.

Se studiază o problemă din telecomunicaţii: accesul la spectru a radiourilor cognitive şi alocarea resurselor. Diferite situaţii de acces la spectru sunt modelate cu ajutorul modelelor oligopol. Jocul Cournot este folosit pentru modelarea unei situaţii de acces la spectru deschis, în care radiouri nelicenţiate vor să acceseze canalele disponibile. Jocul Bertrand este folosit pentru modelarea unei situaţii în care spectrul este încărcat şi sunt puţine resurse disponibile. Pe lângă echilibrul Nash sunt propuse echilibrele Pareto, joint Nash-PAreto şi Lorenz pentru rezolvarea problemei. Experimentele numerice arată că în multe cazuri câştigurile pentru echilibrul joint Nash-Pareto este mai mare decât câştigul Nash. Echilibrul Lorenz asigură câştiguri echitabile, Pareto-optimale. Astfel asigură un uz de spectru eficient.

8.2 Cercetări Viitoare

Un obiectiv important este extinderea metodei de detectare a echilibrelor pentru mai mulţi jucători. În acest scop un algoritm evolutiv paralel va fi implementat, care va accelera căutarea.

Cercetările viitoare includ un studiu mai profund a echilibrelor fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii. Rezultatele noastre experimentale arată că echilibrul fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii este adecvat pentru modelarea comportamentului uman în jocurile centipede. Scopul nostru este studierea comportamentului uman în alte jocuri de tip trust şi reproducerea rezultatelor umane cu ajutorul echilibrului fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii.

O posibilitate interesantă este aplicarea echilibrelor fuzzy în modele economice. Jocul centipede continuu are câteva similarităţi cu modele de stock market. Scopul nostru este investigarea rezultatelor echilibrelor joint şi fuzzy în jocurile de acest.

O altă direcţie de cercetare sunt jocurile multicriteriale. Rezultatele prezentate în teză despre dilema prizonierului spaţial cu câştiguri de identitate este un prim pas. În viitor vom extinde modelul pentru mai multe tipuri de jucători cu diferite câştiguri de identitate. Acest model va fi un model mai realist.

Modelarea accesului de spectru cu ajutorul jocurilor necooperative oferă multe posibilităţi de cercetare viitoare. În această Teză am considerat modele simplificate cu funcţii lineare şi constante. Însă situaţiile reale pot fi modelate mai bine cu funcţii mai complexe. Pe de altă parte, putem considera şi alte modele oligopol pentru modelarea accesului la spectru. De exemplu jocul Stackelberg poate fi reformulat pentru o situaţie de acces la spectru a utilizatorilor licenţiate şi nelicenţiate.

Bibliografie

[Bade et al., 2009] Bade, S., Haeringer, G., and Renou, L. (2009). More Strategies, More Nash Equilibria. *Journal of Economic Theory*, 135(1):551–557. 5

[Borm et al., 1988] Borm, P., Tijs, S., and Aarssen, J. v. d. (1988). Pareto Equilibria in Multiobjective Games. Technical report, Tilburg University. 17

[Borm et al., 1999] Borm, P., van Megen, F., and Tijs, S. (1999). A Perfectness Concept for Multicriteria Games. *Mathematical Methods of Operations Research*, 49:401–412. 17

[Cremene et al., 2011] Cremene, L., Dumitrescu, D., Nagy, R., and Cremene, M. (2011). Game theoretical modelling for dynamic spectrum access in tv whitespace. In *Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM), 2011 Sixth International ICST Conference on*, pages 336 –340. 21

[Cremene et al., 2010] Cremene, L. C., Dumitrescu, D., and Nagy, R. (2010). Oligopoly Game Modeling for Cognitive Radio Environments. In *Proceedings of the Third conference on Smart Spaces and next generation wired, and 10th international conference on Wireless networking*, ruSMART/NEW2AN'10, pages 219–230, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. 21

[Cremene et al., 2012] Cremene, L. C., Dumitrescu, D., Nagy, R., and Gasko, N. (2012). Cognitive Radio Simultaneous Spectrum Access/One-Shot Game Modelling. In *Communication Systems, Networks Digital Signal Processing (CSNDSP), 2012 8th International Symposium on*, pages 1 –6. 21

[Dumitrescu et al., 2010a] Dumitrescu, D., Lung, R., Mihoc, T., and Nagy, R. (2010a). Fuzzy Nash-Pareto Equilibrium: Concepts and Evolutionary Detection. In *Applications of Evolutionary Computation*, volume 6024 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 71–79. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg. 9

[Dumitrescu et al., 2009] Dumitrescu, D., Lung, R. I., and Mihoc, T. D. (2009). Evolutionary Equilibria Detection in Non-cooperative Games. In *Applications of Evolutionary Computing*, volume 5484 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 253–262. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg. 7

[Dumitrescu et al., 2010b] Dumitrescu, D., Lung, R. I., Nagy, R., Zaharie, D., Bartha, A., and Logofătu, D. (2010b). Evolutionary dDetection of New Classes of Equilibria: Application in Behavioral Games. In *Proceedings of the 11th international conference on Parallel problem solving from nature: Part II*, Lecture Notes in Computer Science, pages 432–441, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. 7, 12

[Gaskó et al., 2012] Gaskó, N., Dumitrescu, D., and Lung, R. (2012). Evolutionary detection of berge and nash equilibria. In *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2011)*, volume 387 of *Studies in Computational Intelligence*, pages 149–158. Springer Berlin / Heidelberg. 7, 8

[Kostreva and Ogryczak, 1999] Kostreva, M. M. and Ogryczak, W. (1999). Linear Optimization with Multiple Equitable Criteria. *RAIRO - Operations Research*, 33(03):275–297. 14, 15

[Kostreva et al., 2004] Kostreva, M. M., Ogryczak, W., and Wierzbicki, A. (2004). Equitable Aggregations and Multiple Criteria Analysis. *European Journal of Operational Research*, 158(2):362 – 377. 14, 15, 16

[Lung and Dumitrescu, 2008] Lung, R. I. and Dumitrescu, D. (2008). Computing Nash Equilibria by Means of Evolutionary Computation. *Int. J. of Computers, Communications and Control*, 6:364–368. 7, 8

[McKelvey and McLennan, 1996] McKelvey, R. D. and McLennan, A. (1996). Computation of Equilibria in Finite Games. In *Handbook of Computational Economics*, volume 1, chapter 2, pages 87–142. Elsevier. 5

[McKelvey and Palfrey, 1992] McKelvey, R. D. and Palfrey, T. R. (1992). An Experimental Study of the Centipede Game. *Econometrica*, 60(4):803–36. 12

[Murphy et al., 2006] Murphy, R., Rapoport, A., and Parco, J. (2006). The Breakdown of Cooperation in Iterative Real-time Trust Dilemmas. *Experimental Economics*, 9(2):147–166. 13

[Nagy et al., 2011a] Nagy, R., Dumitrescu, D., and Lung, R. I. (2011a). Fuzzy Equilibria for Games Involving n ¿ 2 Players. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, CEC'11, pages 2655–2661. IEEE. 9

[Nagy et al., 2011b] Nagy, R., Dumitrescu, D., and Lung, R. I. (2011b). Lorenz Equilibrium: Concept and Evolutionary Detection. *Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, International Symposium on*, 0:408–412. 14, 16

[Nagy et al., 2012a] Nagy, R., Gaskó, N., Lung, R. I., and Dumitrescu, D. (2012a). Between Selfishness and Altruism: Fuzzy Nash–Berge-Zhukovskii Equilibrium. In *Proceedings of the 12th international conference on Parallel problem solving from nature: Part II*, Lecture Notes in Computer Science, pages 500–509, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. 12

[Nagy et al., 2012b] Nagy, R., Suciu, M., and Dumitrescu, D. (2012b). Exploring Lorenz Dominance. *Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, International Symposium on*. 14

[Nagy et al., 2012c] Nagy, R., Suciu, M. A., and Dumitrescu, D. (2012c). Lorenz Equilibrium: Equitability in Non-Cooperative Games. In *Proceedings of the 14th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO'12, pages 489–496. 14, 16

[Nash, 1950] Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *PNAS. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 36:48–49. 4

[Nash, 1951] Nash, J. (1951). Non-Cooperative Games. *The Annals of Mathematics*, 54(2):286–295. 4, 5

[Neel, 2006] Neel, J. O. (2006). *Analysis and design of cognitive radio networks and distributed radio resource management algorithms*. PhD thesis, Blacksburg, VA, USA. 21

[Neumann and Morgenstern, 1944] Neumann, J. V. and Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press. 4

[Radjef and Fahem, 2008] Radjef, M. S. and Fahem, K. (2008). A note on Ideal Nash Equilibrium in Multicriteria Games. *Appl. Math. Lett.*, pages 1105–1111. 18

[Rosenthal, 1981] Rosenthal, R. W. (1981). Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain-store Paradox. *Journal of Economic Theory*, 25(1):92–100. 12

[Shapley and Rigby, 1959] Shapley, L. S. and Rigby, F. D. (1959). Equilibrium Points in Games with Vector Payoffs. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6(1):57–61. 17

[Stephen et al., 1999] Stephen, T., Tuncel, L., and Luss, H. (1999). On Equitable Resource Allocation Problems: a Lexicographic Minimax Approach. *Operational Research*, 47:361–376. 15

[Storn and Price, 1997] Storn, R. and Price, K. (1997). Differential Evolution A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *J. of Global Optimization*, 11(4):341–359. 14

[Voorneveld et al., 1999] Voorneveld, M., Grahn, S., and Dufwenberg, M. (1999). Ideal Equilibria in Non-Cooperative Multicriteria Games. Papers 1999:19, Uppsala - Working Paper Series. 18

[Wang, 1993] Wang, S. Y. (1993). Existence of a Pareto Equilibrium. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 79:373–384. 17

[Zhao, 1991] Zhao, J. (1991). The Equilibria of a Multiple Objective Game. *International Journal of Game Theory*, 20:171–182. 17

[Zhukovskii, 1994] Zhukovskii, V. I. (1994). *Linear Quadratic Differential Games*. Naukova Doumka. 5