Departamentul de Fizică Teoretică și Computațională,
Universitatea Babeș–Bolyai

Rezumat teză doctorală

Studiul sistemelor complexe prin fizica statistică

Szabolcs Endre Horvát

Advisor: Prof. Dr. Zoltán Néda

Cluj-Napoca
March 2012

Cuprins

Cuprins **i**

1 Introducere **1**

1.1 Structura tezei 2

2 Modele neutrale în ecologie **5**

Un model neutral nou explicit spațial 6

Datele empirice folosite pentru testarea modelului 7

Măsuri cantitative macroecologice 7

Abundența relativă a speciilor (Relative Species Abundance—RSA) 7

Relația specii-arie (Species-area relationship—SAR) . 8

Funcția de auto-colrelare spațială 8

2.1 Rezultate de simulare 9

3 Producția de entropie în timpul ultimelor etape a expansiunii în reacții de ioni grei **13**

4 Sincronizarea spontană a oscilatorilor bimodale **17**

Modelul de sincronizare 19

Rezultatele simulațiilor 21

Bibliografie **25**

Cuvinte cheie: sisteme complexe, fizică statistică, comportament colectiv, teoria neutrală a biodiverzității, modelul voter, colisiuni de ions grei, tranziții de fază, sincronizare spontană

Capitolul 1

Introducere

Sistemele care consistă dintr-un număr mare de părți complexe de multe ori au un comportament simplu în ciuda complexității părților individuale. Metodele fizicii statistice sunt potrivite pentru studiul unor astfel de fenomene. În ultimele decenii, fizica statistică a găsit aplicții în multe domenii interdiciplinare. A fost folosită in domenii așa de diferite ca și ecologie, biologie, economie, sociologie, știința informațională, etc. Sistemele întâlnite în aceste domenii de multe ori nu pot fi studiate cu metode matematice pur analitice, deci este necesară folosirea modelării computaționale. Aplicașia metodelor fizicii statistice și a modelării în aceste domenii a fost făcută posibil de disponibilitatea calculatoarelor ieftini peformanți. Mai mult, tehnologia modernă a făcut posibil colectarea și stocarea a unor baze de date foarte mari care pot fi folosite pentru testarea modelelor teoretice și pentru a descoperi fenomene noi.

În această lucrare, trei sisteme complexe foarte diferite sunt descrise și studiate. Simulații de tip Monte Carlo și precum și metode analitice sunt folosite pentru a studia acestor sisteme. Prima parte a lucrării descrie un model explicit spaţial, bazat pe teoria neutrală al biodiversităţii, care poate reproduce distribuţia spaţială a speciilor de arbori în pădurile tropicale. Modelul introdus poate reproduce cu mare precizie numărul de specii diferite care pot fi găsite într-o zonă de anumită arie (relația specii-arie). În a doua parte, consideraţii termodinamice fundamentale sunt folosite pentru

a trage concluzii despre stadiul de extindere finală a quark gluon plasma creat într-o coliziune ultra-relativistă a nucleelor atomice grele. Metoda este aplicată pentru a interpreta output-ul unei simulări relativiste fluid-dinamice a expansiunii. A treia parte descrie mai multe variante al unui model simplu de sincronizare a oscilatoarelor bimodale cu un cuplare de tip puls (pulse-like coupling). Am explorat spaţiul de fază a sistemului de oscilatori în detaliu, dezvăluind o structură complexă neaşteptată. Am demonstrat că acest sistem este capabil de sincronizare spontană în condiţii mai generale decât se credea anterior.

1.1 Structura tezei

Teza este stuctrată în trei părți. Fiecare descrie un sistem complex diferit. Metodele fizicii statistice și simulări de tip Monte Carlo au fost folosite pentru studiul fiecărui siteme. Rezultatele au fost publicate în patru articole și au fost acceptate la o conferință internațională (vezi referințele [4], [3], [5], [6] and [7]). Contribuțiile mele le fiecare sunt rezumate mai jos.

1. Prima parte descrie o versiune explicit spațială a teoriei neutrale a ecologiei. Teoria nautrală a ecologiei a fost creată pentru a explica distribuţia a speciilor biologice după abundenţa lor. Această teorie a fost dezvoltată mai departe de mai multe cercetători pentru a descrie și distribuţia speciilor în spaţiu. Am dezvoltat o versiune explicit spațială a modelului neutrală a ecologiei, care pot reproduce cu succes anumite caracteristici spațiale ale distribuţiei spaţială a speciilor de arbori în pădurile tropicale. În special, modelul nostru poate reproduce exact relația specii-arie, adică numărul de specii diferite găsite într-o zonă de o arie dată. Concluziile au fost publicate în articolul următor:

   Sz. Horvát, A. Derzsi, Z. Néda, and A. Balog, *A spatially explicit model for tropical tree diversity patterns*, **Journal of Theoretical Biology**, vol. **265**, no. 4, pp. 517-523, 2010.

Contribuția mea principală la această lucrare a fost dezvoltarea unui software pentru a simula modelul spaţial explicit, rularea simulărilor şi fitarea parametrilor la datele empirice, apoi analizarea rezultatelor obținute.

2. Parte a doua descrie o metodă simplă termodinamică pantru studiul etapelor finale a expansiunii a quark gluon plasma creată într-o colisiune de nuclei grele. Resultatele au fost publicate în următorul articol:

   Sz. Horvát, V. Magas, D. Strottman, and L. Csernai, *Entropy development in ideal relativistic fluid dynamics with the Bag Model equation of state*, **Physics Letters B**, vol. **692**, no. 4, pp. 277-280, 2010.

   Am dezvoltat o metodă pentru a calcula în mod corect variabilele termodinamice în etapele finale de expansiune într-un model fluid-dinamic de coliziuni de ioni grei, atunci când presiunea se apropie de zero. Am aplicat metoda aste pentru a interpreta output/ul de la o simulare fluid dinamică relativistică, având în vedere efectele de vâscozitate numeric. Am efectuat toate calculele necesare analitice şi numerice.

3. Partea a treia a lucrării descrie un sistem de oscilatori bimodale stocastice, cu cuplare de tip puls. Oscilatoarele sunt cuplate printr-o interacţiune care nu include în mod explicit o forţă pentru minimizarea diferenței de fază. Cuplajul dintre oscilatori încearcă să reduce diferenţa dintre nivelul de ieşire al sistemului şi un nivel de prag. Ca un efect secundar al acestei interacţiuni de optimizare, oscilatoarele devin sincronizate. Trei multe modele de acest tip au fost studiate cu ajutorul modelării numerice, şi un spaţiu de fază cu o structură complexă a fost descoperit.

   Sz. Horvát, E. Á. Horváth, G. Máté, E. Káptalan, Z. Néda, *Unexpected synchronization*, **Journal of Physics: Conference Series**, vol. **182**, 012026, 2009

Sz. Horvát, Z. Néda, *Complex phase space of a simple synchronization model*, manuscript submitted to the New Journal of Physics, http://arxiv.org/abs/1203.1699

Contribuţiile mele principale sunt dezvoltarea unui software care poate simula sistemul de oscilatori semnificativ mai repede decât metodele anterioare, şi de dezvoltare a unei metode de sampling adaptivă, care permite explorarea spaţiului de fază a sistemului cu mare precizie în timp ce rulează modelul numai într-un număr mic de puncte. Am folosit modelare numerică pentru a studia sistemul în funcţie de raportul dintre perioadele de moduri de oscilaţie şi parametrului de prag.

Capitolul 2

Modele neutrale în ecologie

Teoria neutrală a biodiverzității a fost dezvoltată pentru a înțelege mai bine distribuția speciilor biologice după abundența lor. De ce pot să coexiste așa de multe specii în pădurile tropicale și recifele de corali? De ce sunt unele specii mai abundente decât alții? Răspunsul clasic al ecologiei la această întrebare este asumpția că toate speciile diferă în moduri importante de la toate celelalte, astfel ei pot împărtăşi resursele disponibile print specializare şi evitarea concurenții puternice.

Punct de vedere clasic de ecologie se bazează pe conceptul de *niche* ecologic. Cuvântul niche înseamnă toate factorile care influenţează supravieţuirea unei anumite specii. Aceasta include toate resursele consumată de o specie, cum ar fi surse de alimentare, habitatul, terenurile sale de vânătoare şi de terenuri de reproducere, răpitorii și paraziții săi, etc În conformitate cu principiul de excluziune competitivă, nu pot să existe două specii în același niche ecologic. În cazul în care două specii consumă exact același resurse, unul dintre ei va fi întotdeauna mai bine adaptat la aceste condiţii decât celălalt, şi va deplasa pe celălalt.

În deceniile recente a apărut un punct de vedere nou, care pleacă de la asumpția că toate speciile pot fi considerate echivalente. Ideea a fost dezvoltat într-un studiu clasic de Stephen Hubbell [8]. Teoriile construite pe această asumpție se numesc teorii neutrale. Acestea au provocat controversii, deoarece ipoteza fundamentală contrazice principiul de excluziune

competitivă [14]. În ciuda simplificării evidente care le fac, modelele stocastice construite pe teoria neutrală au reuşit să reproducă distribuţia speciilor similare în funcţie de abundenţa lor destul de bine [19, 18, 1]. Acest lucru sugerează că, cel puţin în cazul de specii similare, procese stocastice joacă un rol important în determinarea abundenţa speciilor.

Un model neutral nou explicit spațial

Versiunea originală a modelului neutral poate fi dezvoltat mai departe să include și poziția spațială a organismelor [14, 20]. Aceasta este o descriere deosebit de adecvată atunci când se analizează specii care nu se miscă in jur, cum ar fi copacii dintr-o pădure. Pentru simplitate, de acum ne vom referi la organisme arbitrare ca "copaci".

Zillio et al. au dezvoltat un model neutral cu coordonate spaciale explicite a copacilor, bazată pe modelul voter [20]. Continuând ideea lui Zillio am dezvoltat modelul original al lui Hubbell's să include și poziția spațială a copacilor. Modul cel mai simplu de a face acest lucru este să considerăm un model lattice: fiecare site de lattice este ocupat de un copac. Ca şi în modelul original al lui Hubbell, fiecare individ are aceeaşi probabilitate de a muri sau a produce progenituri, indiferent de specie sau de vârstă. Regulile care descriu evoluția în timp a sistemului sunt următoarele:

În fiecare pas de timp discret, alegem un site de lattice:

1. Cu probabilitate $1 - q - p$, starea siteului ales este schimbat la starea unei vecini de tip Moore. Asta este rezultatul cel mai probabil.

2. Cu probabilitate q, starea siteului este schomate la o specie alesă în mod random. Asta coresponde la imigrarea speciilor noi în sistem.

3. Cu probabilitate p, specia nouă folosită în site va fi progenitura unei copaci alese în mod random.

Deşi modelul este simplu și are numai două parametre, tratarea sa cu metode analitice este dificilă. Prin urmare, a fost studiat cu ajutorul simulărilor Monte Carlo pe un calculator.

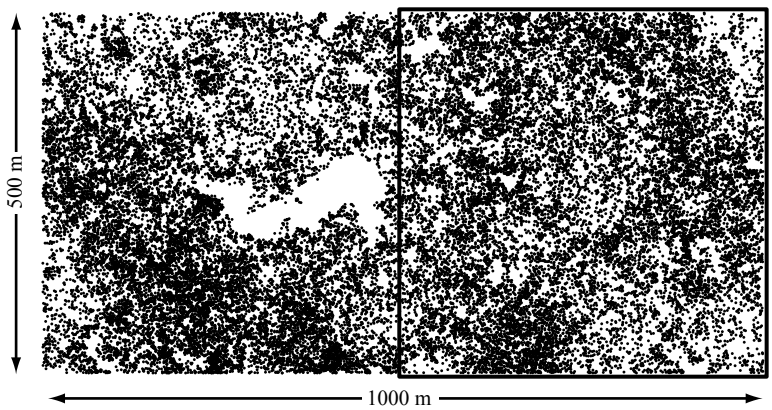

Figura 2.1: Distribuția spațială a speciei cele mai abundente, *Hybanthus prunifolius*, în baza de date colectată pe insula Barro Colorado în anul 1995.

Datele empirice folosite pentru testarea modelului

Datele experimentale folosite pentru testare modelului teoretic au fost culese pe insula Barro Colorado din Panama, de către cercetători de la Smithsonian Tropical Research Institute, Center for Tropical Forest Science (CTFS) [2]. Specia și poziția a tutoror copacilor de pe o zonă de 1000×500 metri a fost identificată și înregistrată. Data de bază conține 240000 copaci și 303 specii, și datele au fost culese în patru ani: 1982, 1985, 1990, 1995.

Măsuri cantitative macroecologice

Trei măsuri cantitative au fost folosite pentru a compara resultatele de simulare cu datele empirice. Acestea sunt descrise în următoarele.

Abundența relativă a speciilor (Relative Species Abundance—RSA)

Există trei moduri simple pentru a representa distribuția speciilor după abundența relativă. Prima și cea mai folosită este graficul Preston, care

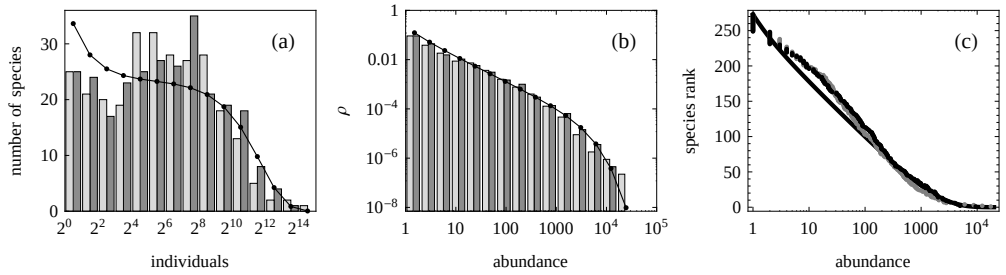

Figura 2.2: Rezultate de simulae (gri închis) pentru distribuția speciilor după abundența lor relativă, după 50,000 pasuri Monte Carlo, comparată cu datele empirice (gri deschis), și predicția modelului Fisher log series cu parametrul $\alpha = 33.64$ (linia neagră). Panelul (a) arată graficul Preston, (b) funcția de densitate de probabilitate, and (c) graficul de abundență-rank. Parametrii de simulare: $L = 500$, $p = 0.3$ și $q = 1.3 \times 10^{-4}$.

numărul de specii care au un număr între 2 și 4, 4 și 8, 8 și 16, etc. de copaci în datele culese.

Pentru a descrie o distribuție, modul riguros matematic este folosirea funcției de densitate de probabilitate sau funcția de distribuția cumulativă. Și acestea au fost folosite.

Relația specii-arie (Species-area relationship—SAR)

Relația specii-arie este funcția $S(A)$, numărul de specii S care pot fi găsite într-o zonă circulară de arie A. În trecut a fost presupus că $S(A)$ este o funcție de putere, deci am folosit un grafic cu axe logaritmice care poate să arate deviația de la această formă presupusă.

Funcția de auto-colrelare spațială

Măsura cantitativă finală folosită pentru compararea modelului cu datete empirice este funcția de auto-corelare spațială pentru speciile cele mai abundente. Este definit așa:

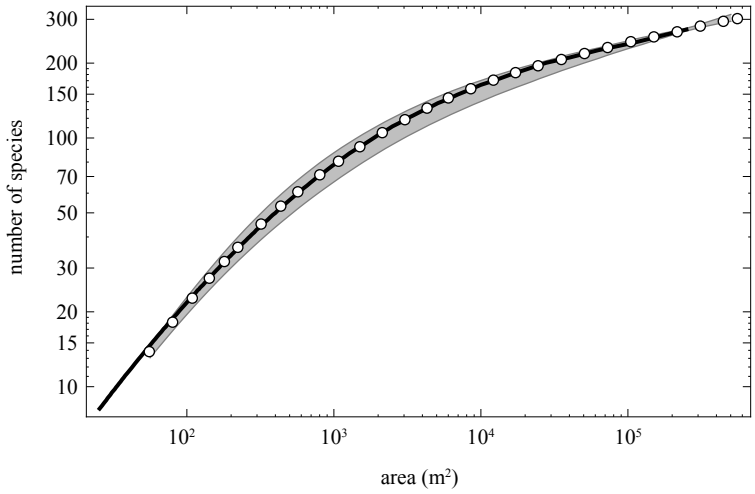

Figura 2.3: Relații specii-arie: Gri indică rezultatele de simulare iar negru indică măsurătorile empirice. Zona gri a fost calculată din 50 de rulări a simulării și reprezintă un interval de 2 deviații standarde. Parametri de simulare: $L = 500$, $p = 0.3$ and $q = 1.3 \times 10^{-4}$. Date empirice: BCI 1995.

Să fie $N_{i,j}$ numărul copacilor din celula (i, j) pe o grilă pătrartă. Funcția de auto-corelare spațială este definit așa:

$$C_{p,q} = \big\langle (N_{i,j} - \langle N \rangle)(N_{i+p,j+q} - \langle N \rangle) \big\rangle_{i,j} \tag{2.1}$$

Este avantajos să folosim o medie azimutală:

$$C(r) = \big\langle C_{p,q}\{r \leq \sqrt{p^2 + q^2} \leq r + \Delta r\} \big\rangle_{p,q} \tag{2.2}$$

Rezultatele sunt arătate pe graficul 2.4.

2.1 Rezultate de simulare

Modelul a fost studiat folosind simulări de tip Monte Carlo.

În cazul în care parametrul p este setat la 0, modelul devine equivalent cu modelul lui Zillio. Cu toate acestea, în acest caz, cpoacile care aparţin

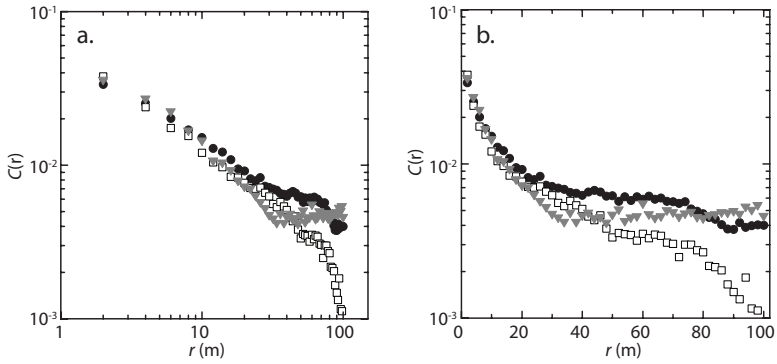

Figura 2.4: Funcția de auto-corelare spțială, $C(r)$, pentru cele trei specii cele mai abundente din baza de date BCI. *Hybanthus prunifolius* (pătrățele), *Faramea occidentalis* (circuri), and *Trichilia tuberculata* (triunghuri). Baza de date: BCI 1995. Același funcție este arătată grafic cu axe lineare-logaritmice (a) și cu amănduoă axe logarimtice (b).

aceleiaşi specii se vor aduna împreună într-un mod nerealistic. Astfel, o valoare p > 0 a fost folosită.

Parametrii modelului de p si q au fost optimizate pentru a reproduce două cantităţi din baza de date BCI: (1) numărul de specii prezente pe o suprafaţă de 25 ha; (2) panta a curbei log-log SAR la valoarea 25 ha. Prin optimizarea pentru aceste două cantităţi numai, abundențee relative, precum și curba SAR pentru întreaga gamă de arii a fost reprodus în mod corect.

O căutare extensivă a spațiului de parametri folsind modelare numerică a rezultat în valorile de parametri optime $p = 0.3$ and $q = 1.3 \times 10^{-4}$. Acestea au reprodus distribuția de abundență foarte bine (vezi ilustrația 2.2).

Parametrile optime au fost folosite pentru a rule mai multe simulări, și rezultatele au fost folosite pentru a compare curba de specii-arie cu datele empirice. Rezultatele sunt arătate în ilustrația 2.3. Deși parametrile au fost optimizate folosind numai două valort scalare, curba de specii-aire a fost reprodusă extrem de bine pentru toate velorile de arie. Modelul poate fi folosit pentru a prezice numărul de specii găsite pe o arie mai mare, folosind

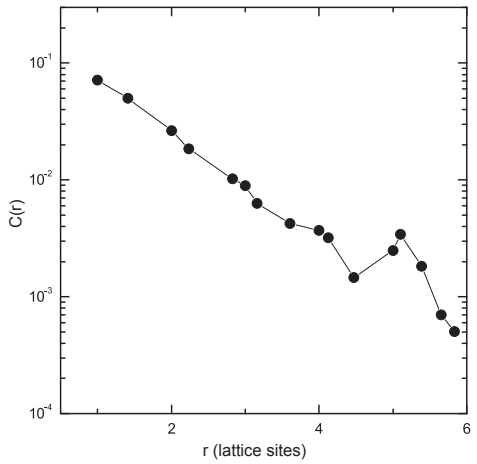

Figura 2.5: Funcția de auto-corelare pentru specia cea mai abundentă din rezultatele de simulare după 50000 de pasuri Monte Carlo. Axa verticală este logaritmică iar axa orizontală este lineară, deci $C(r)$ descrește în mod exponențial. Parametrii de simulare: $L = 500$, $p = 0.3$ și $q = 1.3 \times 10^{-4}$.

numei date de pe arii mai mici.

Din păcate acest model nu a putut să reproducă funcția de auto-corelare spațială. Funcția de auto-corelare descrește în mod exponențial în rezultatele de simulare (graficul 2.4), iar forma experimentală este o funcție de putere (vezi graficul 2.5).

Capitolul 3

Producția de entropie în timpul ultimelor etape a expansiunii în reacții de ioni grei

Producția de entropie în timpul ultimelor etape a expansiunii în reacții de ioni grei

În colisiuni de enegie mare a nuceleelor atomice grele, o nouă stare de materie este creată, numită plasma quark gluon. Aceasta este a o stare remarcabilă pentru că în această stare quarkurile pot să deplaseze liber.

A fost demonstrată în experimente că plasma quark gluon se comportă ca un fluid de vâscozitate mică. Deci dinamica fluidelor relativiste poate fi folosită pentru descrierea colisiunilor de ioni grei și expansiunii materiei.

Este important de notat că ecuațiile dinamicii fluidelor perfecte este instabilă. Vâscozitate este prezentă întotdeauna în fluide reale, deci de obice instabilități mari nu apar. Metodele numerice folosite pentru rezolvare ecuațiilor dinamicii fluidelor sunt stabile datorită viscozității care rezultă din schema numerică.

Programul de dinamică a fluidelor pe care îl folosim este basaztă pe metoda de Particle in Cell şi este foarte stabilă. Se poate rula stabil până la etapele finale de expansiune în cazul în care presiunea devine zero. Abordarea noastră este de a lăsa modelul fluid dinamic executa dincolo de punctul

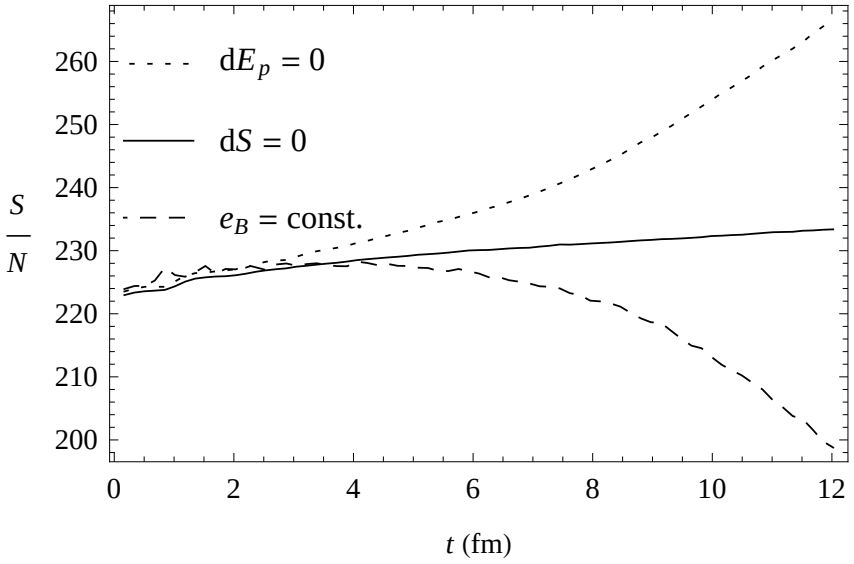

Figura 3.1: Entropia specifică medie, S/N, în timpul expansiunii într-o simulare numerică fluid dinamică. Linia întreruptă corespunde asumpției că energia de Bag este constantă. Asta conduce la o descreștere de entropie, care contrazice al doilea legi al termodinamicii. Linia continuă corespunde expansiunii adiabatice. Creșterea de entropie mică în acest caz (5-6%) este rezultatul vâscozității numerice a metodei computaționale. Linia punctată corespunde asumpției că enegia totală a componentului de gas al sistemului stă constant ăn timpul expansiunii.

de freeze-out. Ipersuprafața freeze-out poate fi determinată de parametrii externi care nu sunt folosite pentru a rezolva modelul de fluid dinamic.

Pentru a putea sa rezolva ecuațiile de dinamicii fluidelor, este necesar să fie augmentate cu o ecuaţie de stat (EoS), care leagă presiunea, densitatea barionică şi densitatea de energie. Trebuie menționat însă, că acele cantităţi cum ar fi temperatura şi entropia nu apar în calcul. Acestea pot fi determinate din densitatea barionică şi densitatea de energie, după programul a fost rulat. În codul nostru, am utilizat ecuaţia de stat a modelului Bag. Această ecuaţie de stare produce presiuni negative pentru densitatea de energie redus, ceea ce ar indica o tendință (nerealistică) pentru clus-

terizare. Pentru a evita acest lucru, presiunea a fost stabilit la zero la densităţi consum redus de energie. Apoi, entropia şi temperatura trebuie să fie calculată în conformitate cu această schimbare.

Modelul Bag presupune că un gaz de partoni se mişcă într-un câmp de fundal de densitate de energie constantă. La calcularea entropiei şi temperatura în regiunile cu densitate de energie în cazul în care presiunea totală este zero, este necesar să se ia în considerare natura schimbului de energie între gazul de partoni şi câmpul de fundal. Am folosit metode termodinamice să luăm în considerare trei cazuri, fiecare dintre care duce la o evoluţie de entropie diferită a sistemului.

Sa constatat că pentru valoarea entropiei să cade (şi pentru a satisface a doua lege a termodinamicii), este necesar că densitatea de energie a câmpului de funal să scade în timpul expansiunii. Măsura de interacţiune a fost calculată și a fost comparată cu rezultatele dintr-o calculate de tip Lattice QCD.

Metoda pe care am dezvoltat a fost aplicat la interpretarea outputului a unei simulări fluid dinamice. Rezultatele pentru schimbarea valorii entropiei sunt prezentate în graficul 3.1.

Este presupus că în timpul hadronizării şi a freeze-out-ului materia poate să treacă printr-o fază Quarkyonică, unde simetrie chirală este violată şi quarkurile primesc masă. Aceasta corespunde la dispariţia treptată a câmpului de fond în calculele noastre.

Capitolul 4

Sincronizarea spontană a oscilatorilor bimodale

Prin sincronizare se înțelege ajustarea ritmului a unor oscilatori printr-o interacțiune slabă între ele, încât oscilatoarele încep să se operază la același frecvență.

Sincronizare spontană apare într-o mare varietate de sisteme în natură. Bine-cunoscute exemple includ sisteme biologice, cum ar fi licuricii care clipesc in împreună sau greieri ciripind împreună [15], aplauze ritmice [10, 11], celule pacemaker în inimă [13], ciclul menstrual a femeilor cine trăiesc împreună [16], reacții chemicale oscilatoare, mentronomuri cuplate în mod mecanic, ceasuri cu pendul puse pe același perete, și multe alte sisteme.

Există mai multe modele pentru a descrie sincronizarea spontană. Acestea pot fi grupate în două mari categorii: cele care au un tip de cuplare care miniminzează diferența de fază între oscilatoarele individuale, şi cele care au cuplare prin impulsuri. Exemplul de bază a unui sistem cuplată prin fază este modelul Kuramoto, în timp ce un exemplu simplu de un model de oscilatori cuplate prin impulsuri este modelul integrate and fire. Ambele tipuri de modele au un parametru care caracterizează puterea de cuplare între unităţile oscilante. Când un cuplaj global este prezent, o tranziţie de fază este posibilă în aceste modele: sincronizare parțială apare brusc atunci când parametrul de cuplare este crescut peste un nivel prag.

În tumpulr recent un model de sincronizare nouă a fost descrisă care nu include o interacțiune care incude sincronizare în mode explicit. Acest model se compune din oscilatoare stocastice bimodale, cu un tip de cuplare prin impulsuri. În orice moment, fiecare oscilator poate fi activ, emitând un semnal, sau inactiv. Suma a semnalelor emise este nivelul de output total a sistemului. Acest model de sincronizare este remarcabil pentru că, spre deosebire de modelele anterioare, aceasta nu conţine o forță care minimizează diferenţă de fază în mod explicit între oscilatorare. În schimb, dinamica a unităţilor se străduieşte pentru a reduce diferenţa dintre outputului total a sistemului şi un nivel de prag. Fiecare oscilator poate funcţiona într-un mod rapid sau lent, "clipind" mai mult sau mai puțin repede. Perioadele a celeor doi moduri nu sunt constante, ci variabile aleatoare. Intensitatea medie de output a unităţilor este diferită în cele două moduri. La începutul fiecărei perioade, un oscilator va alege modul de a urmări în funcţie de nivelul de output totală în sistem. În cazul în care outputul total este mai mare decât un prag, se va alege modul lent, astfel încât să scadă producţia totală medie. În cazul în care outputul total este mai mică decât un anumit prag, se va alege modul de rapid pentru a creşte producţia. Interesant, această dinamică de optimizare conduce la apariţia sincronizării parţială în sistem. Atunci când sistemul ajunge la o stare de echilibru, oscilatoarele vor clipi împreună [12, 9].

Mai multe variaţii pe acest model sunt posibile în funcţie de durata fazelor active şi inactive în cele două moduri de operație [12, 4, 17, 6]. Am studiat trei modele diferite prin modelare numerică, ca funcție a nivelului de prag [4, 6], varianța perioadelor modurilor și raportul perioadelor a cele două moduri. Un program de simulare rapidă a fost dezvoltată și folosită în conjuncție o metodă adaptive sampling pentru a explora structurii spațiului de fază a modelului. În timpul studiului modelului în funcția raportului perioadelor modurilor și a parametrului de prag, o fază de spațiu complexă a fost descoperită. Parametrul de ordine în această spațiu de fază este ilustrată pe graficul 4.1. Compartamentul outputului total din sistem poate fi văzută pe graficul 4.3. Am arătat că sincronizarea parțială apare pe un interval mare a parametrilor, și sincronizarea este posibilă și într-un

model în care interacțiunea dintre oscilatoare va *maximiza* diferența dintre outputul total și nivelul de prag.

Modelul de sincronizare

Versiunea cea mai simplă a modelului constă dintr-un ansamblu de N oscilatoare bimodale și stocastice identice, cuplate în mod global. În orice moment, un oscilator poate fi activ, emitând un signal de magnitudine $1/N$, sau inactiv, emitând un signal zero. Prin urmare, nivelul de output total de sistem poate varia între 0 şi 1. Aceste oscilatoare pot fi în mod intuitiv considerate unități care "clipesc". În mod corespunzător de acum ne vom referi la cele active ca aprinse şi cele inactive ca sinse sau întunerici. În conformitate cu această imagine intuitivă, suma nivelurilor de output a unităţilor poate descris ca o intensitate de lumină.

Unităţile sunt oscilatori stocastice bimodale care pot funcţiona în două moduri de oscilaţie, unul cu o perioadă mai scurtă si unul cu o perioadă mai lungă. Acestea vor fi denumite în continuare modul 1 şi modul de 2, respectiv. Perioadele modulrilor sunt variabile aleatoare, si valorile lor medii sunt notate cu τ_1 şi τ_2.

O perioadă de oscilaţie constă din trei faze, A, B și C. În timpul fazei A și B, oscilatoarele sunt stinse iar în timpul fazei C sunt aprinse. Durata fazei A este τ_A, o variabilă aleatoare cu medie τ^*. Durata fazei B poate să aibă două valori, τ_{B1} și τ_{B2} care corespund celor două moduri. Durata fazei C este fixă, τ_C. Durata medie a celor două moduri sunt notate cu $\tau_1 = \langle\tau_A\rangle + \langle\tau_{B1}\rangle + \langle\tau_C\rangle = \tau^* + \tau_{B1} + \tau_C$ și $\tau_2 = \tau^* + \tau_{B2} + \tau_C$.

Cuplajul dintre oscilatoare se realizează printr-o interacţiune care se străduieste să optimizeze intensitatea totală a luminii în sistem, notată f. La începutul fiecărei perioade, unitățile decid modul de a urma pe baza intensității totale a luminii, f:

- Când $f \leq f^*$, modul mai scurt va fi ales. Aceasta ridică outputul total mediu al sistemului.

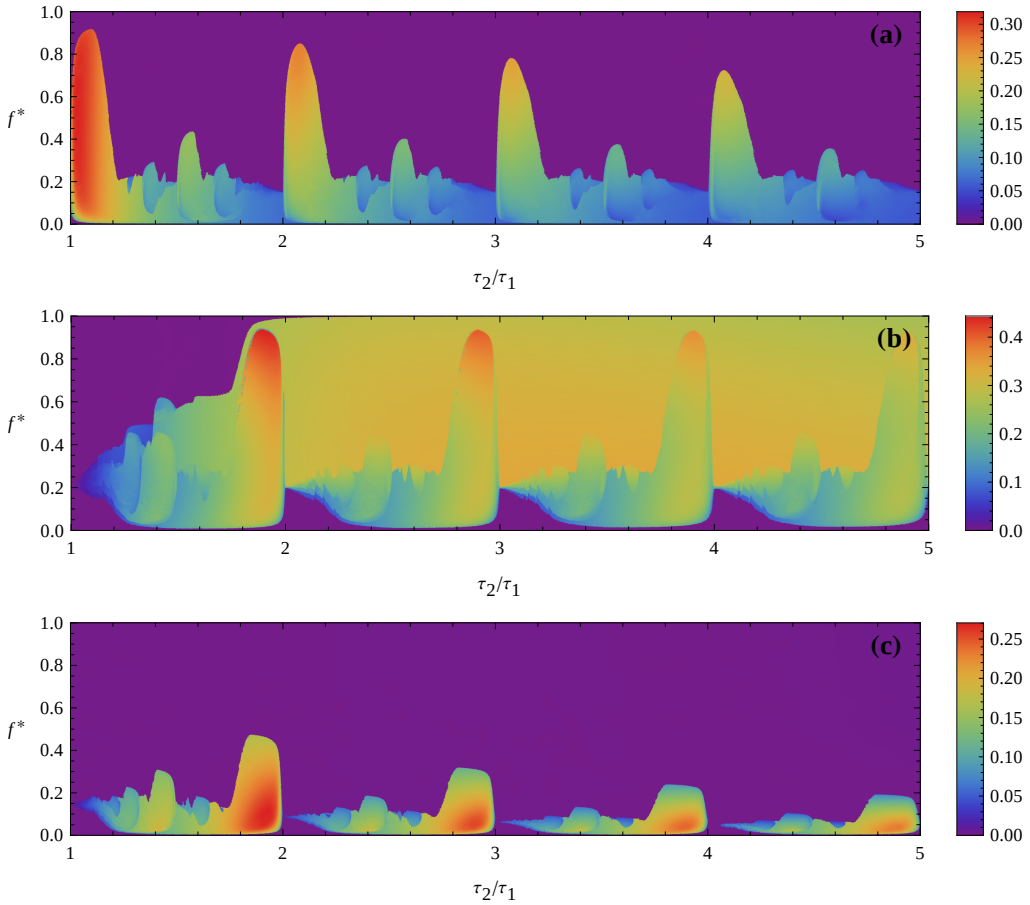

Figura 4.1: Parametrul de ordine σ ca funcție a parametrilor τ_2/τ_1 și f^*, pentru cele trei modele. **(a)** Modelul 1: durata fazei aprinse (C) este fixată iar durata fazei întinerici(B) este variabilă. Parametrii de simulare: $N = 10000$, $\tau_C = 0.15$. **(b)** Modelul 2: durata fazei întunerici (B) este fixă iar durata fazei aprinse (C) este variabilă. Parametrii de simulare: $N = 10000$, $\tau_B = 0.8$. **(c)** Modelul 3: durata fazei întunerici (B) este variabilă iar durata fazei aprinse este fixă, ca și în modelul 1, dar interacție încearcă să maximizeze diferența dintre output și f^*. Parametrii de simulare: $N = 10000$, $\tau_C = 0.15$.

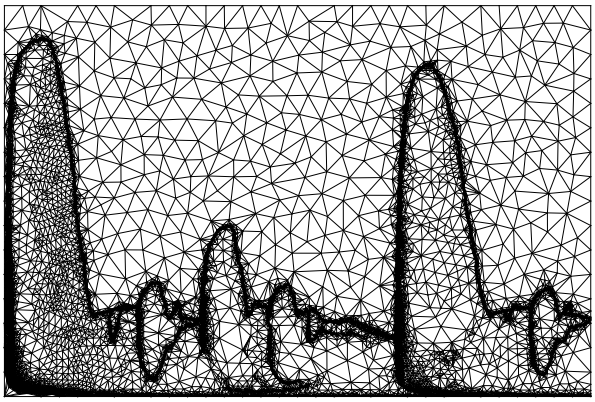

Figura 4.2: Mesh-ul folosit pentru a calcula parametrul de ordine din 4.1a cu o metodă apdatpive sampling. Punctele se adună în jurul discontinuităților.

- Când $f > f^*$, modul mai lung va fi ales, care scade outputul total mediu al sistemului.

Prin aceste regulri fiecare oscilator încearcă să minimizeze diferența dintre outputul total f și un nivel de prag f^*. Ca un efect secundar al interacțiunii, sincronizarea apare în sistem și unitățile vor clipi împreună.

Rezultatele simulațiilor

În această lucrare ne-am concentrat asupra a trei variante ale modelului simplu descris mai sus: **modelul 1.** Modelul simplu descris mai sus, cu o fază aprină cu durată fixă, şi o fază intrunerică de durată variabilă; **modelul 2.** un model cu fază aprinsă variabilă și fază întunerică fixă, şi **modelul 3.** este ca modelul 1, dar interacțiunea încearcă să maximizeze diferența dintre outputul total, f, și nivelul de prag, f^*. Sincronizarea parţială apare în toate cele trei cazuri.

Pentru a detecta sincronizare parțială, am folosit deviația standardă a outputului total, σ:

$$\sigma = \lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{1}{x}\int_0^x (f(x) - \langle f(x)\rangle)^2\, dx}$$

unde

$$\langle f(x) \rangle = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(x)\, dx.$$

O deviație standardă mare indică a variație mare a intensității, adică clipire.

Comportamentul modelelor a fost explorată în funcţie de raportul dintre perioadele medii de moduri de oscilatie, τ_2/τ_1 şi parametrul de prag f^*. Pentru a explora faza de spațiu în detaliu, trebuie să efectuăm un număr foarte mare de calculări, deci o metoda adaptive sampling a fost dezvoltat pentru a reduce eforturile de calcul. Metoda a făcut posibil să se utilizeze mai multe puncte sampling în jurul valorilor parametrilor în cazul în care comportamentul sistemului a schimbat rapid, în timp ce folosind doar puține puncte în regiunile în care o schimbare a parametrilor nu induce o schimbare semnificativa in comportamentul. Un mesg generat de această metodă de adaptive sampling este ilustrat în graficul 4.2.

Am constatat că spațiul de fază a sistemului are o structură remarcabil de complexă, cu mai multe faze separate de discontinuități în parametrul de ordine σ. În fiecare fază, forma funcției de output, $f(t)$ este diferită.

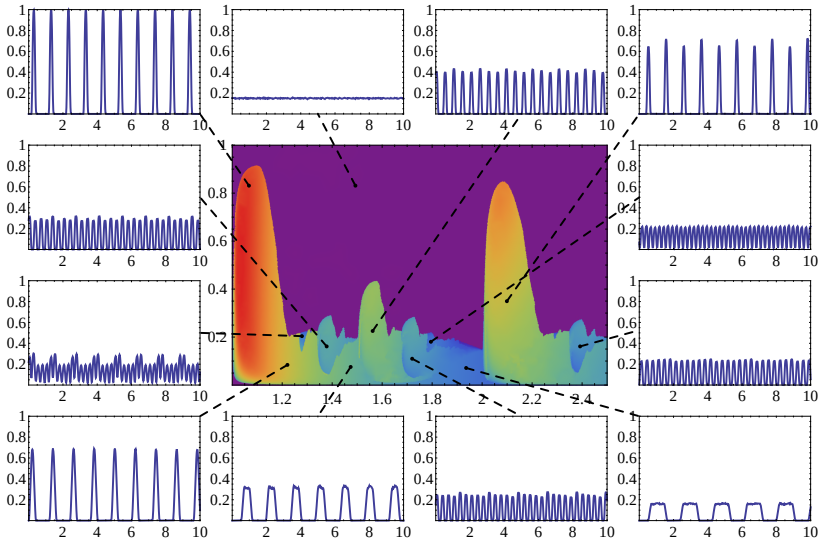

Figura 4.3: Outputul total în modelul 2 pentru diferite valori al parametrilor. Parametrele de simulare au fost $N = 10000$ de oscilatori și $\tau_C = 0.15$.

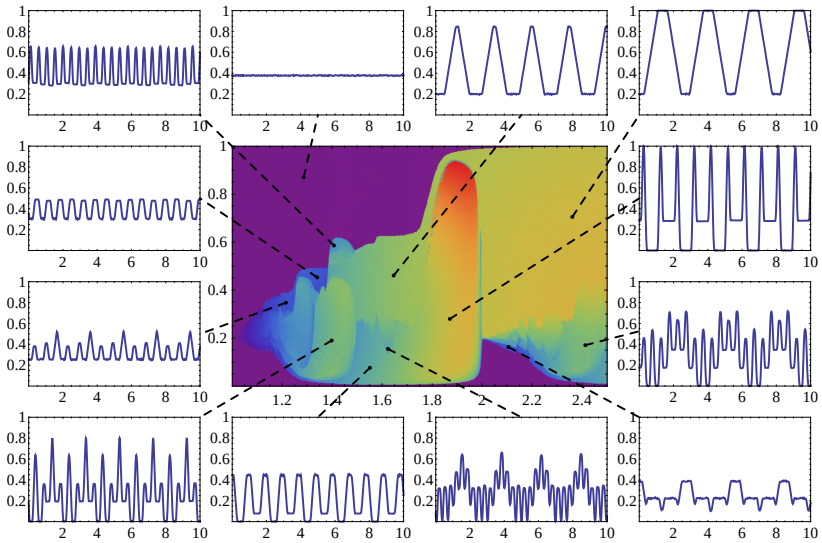

Figura 4.4: Outputul total în modelul 2 pentru diferite valori al parametrilor. Parametrele de simulare au fost $N = 10000$ de oscilatori și $\tau_B = 0.80$.

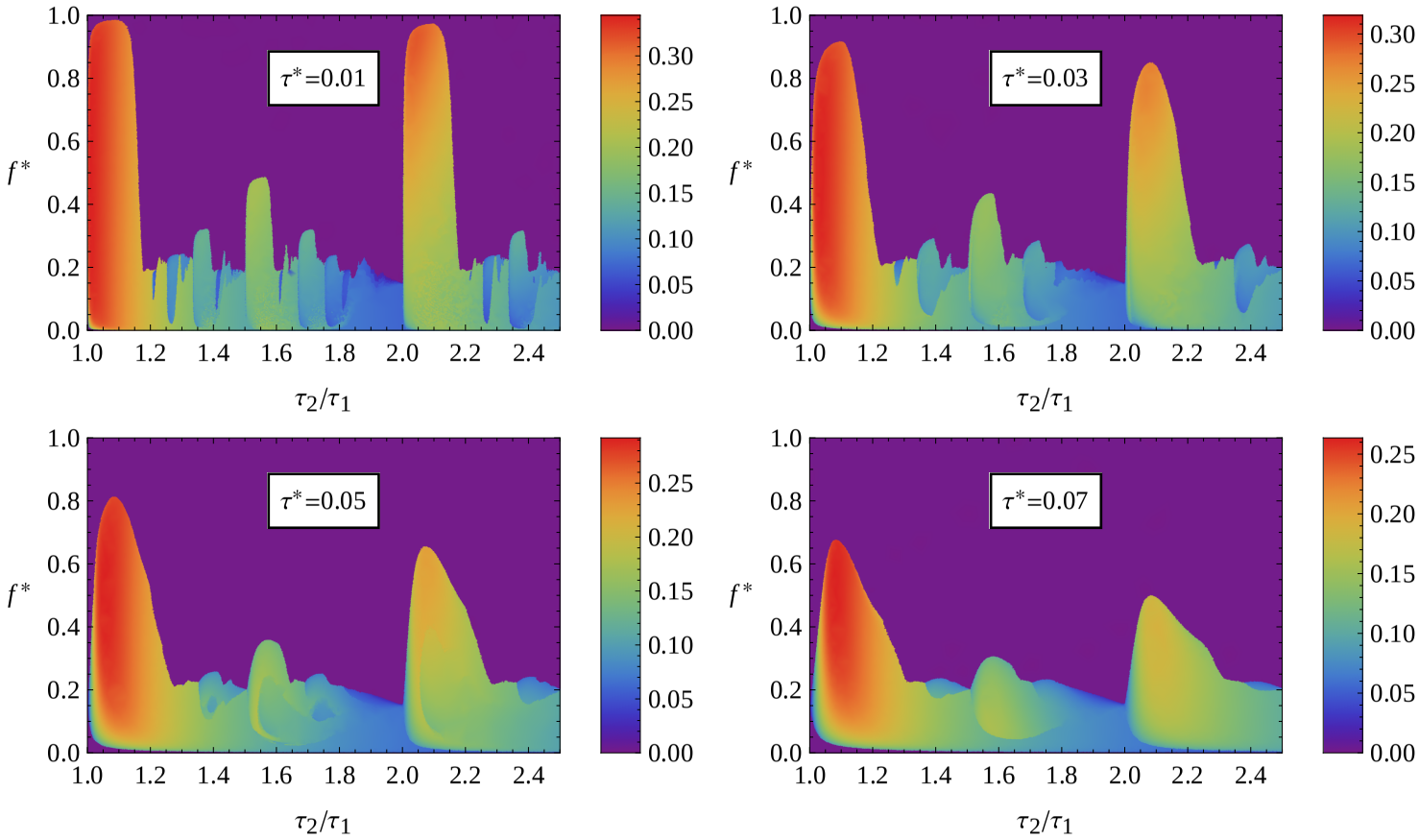

Figura 4.5: Spațiul de fază a modelului 1 pentru patru valori diferite a parametrului τ^*: 0.01, 0.03, 0.05, 0.07. În otate altele rulări a simulării, $\tau^* = 0.03$ a fost folosit. Această valoare nu este representativă a limitei $\tau^* \to 0$, și structura spațiului de fază se schimbă când τ^* descrește.

Bibliografie

[1] Jayanth R. Banavar and Amos Maritan. Ecology: Towards a theory of biodiversity. *Nature*, 460(7253):334–5, 2009.

[2] Richard Condit. *Tropical forest census plots: methods and results from Barro Colorado Island, Panama and a comparison with other plots.* Springer, 1998.

[3] **Szabolcs Horvát**, Aranka Derzsi, Zoltán Néda, and Adalbert Balog. A spatially explicit model for tropical tree diversity patterns. *Journal of Theoretical Biology*, 265(4):517–23, 2010.

[4] **Szabolcs Horvát**, E Ágnes Horváth, Gabriell Máté, Erna Káptalan, and Zoltán Néda. Unexpected synchronization. *Journal of Physics: Conference Series*, 182:012026, 2009.

[5] **Szabolcs Horvát**, Volodymyr K. Magas, Daniel D. Strottman, and László P. Csernai. Entropy development in ideal relativistic fluid dynamics with the bag model equation of state. *Physics Letters B*, 692:277–280, 2010.

[6] **Szabolcs Horvát** and Zoltán Néda. Complex phase space of a simple synchronization model, 2012. submitted to the New Journal of Physics.

[7] **Szabolcs Horvát** and Zoltán Néda. Synchronization in a two-mode oscillator ensemble. In *37th Conferrence on the Middle European Cooperation in Statistical Physics*, 2012.

[8] Stephen P. Hubbell. *The unified neutral theory of biodiversity and biogeography.* Princeton University Press, 2001.

[9] Z. Néda, A. Nikitin, and T. Vicsek. Synchronization of two-mode stochastic oscillators: a new model for rhythmic applause and much more. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 321(1-2):238–247, 2003.

[10] Z Néda, E Ravasz, Y Brechet, T. Vicsek, and Albert-László Barabási. The sound of many hands clapping. *Nature*, 403(6772):849–50, 2000.

[11] Z Néda, E Ravasz, T Vicsek, Y Brechet, and A L Barabási. Physics of the rhythmic applause. *Physical Review E Statistical Physics Plasmas Fluids And Related Interdisciplinary Topics*, 61(6 Pt B):6987–6992, 2000.

[12] A. Nikitin, Z. Néda, and T. Vicsek. Collective Dynamics of Two-Mode Stochastic Oscillators. *Physical Review Letters*, 87(2):2–5, 2001.

[13] C S Peskin. Mathematical Aspects of Heart Physiology. In *Courant Institute of Mathematical Sciences*, pages 268–278. Courant Institute of Mathematical Sciences, 1975.

[14] James Rosindell, Stephen P Hubbell, and Rampal S Etienne. The Unified Neutral Theory of Biodiversity and Biogeography at Age Ten. *Trends in ecology & evolution*, pages 1–9, 2011.

[15] E Sismondo. Synchronous, alternating, and phase-locked stridulation by a tropical katydid. *Science (New York, N.Y.)*, 249(4964):55–8, 1990.

[16] K Stern and M K McClintock. Regulation of ovulation by human pheromones. *Nature*, 392(6672):177–9, 1998.

[17] R. Sumi, Z. Néda, a. Tunyagi, Sz. Boda, and Cs. Szász. Nontrivial spontaneous synchronization. *Physical Review E*, 79(5):1–9, 2009.

[18] Igor Volkov, Jayanth R. Banavar, Stephen P. Hubbell, and Amos Maritan. Patterns of relative species abundance in rainforests and coral reefs. *Nature*, 450(7166):45–9, 2007.

[19] Igor Volkov, Jayanth R. Banavar, Amos Maritan, and Stephen P. Hubbell. Neutral theory: the stability of forest biodiversity. *Nature*, 427(6976):696; discussion 696–7, 2004.

[20] Tommaso Zillio, Igor Volkov, Jayanth R. Banavar, Stephen P. Hubbell, and Amos Maritan. Spatial Scaling in Model Plant Communities. *Physical Review Letters*, 95(9):1–4, 2005.

Publicații

Publicații legate de teză

1. Sz. Horvát, Z. Néda, *Complex phase space of a simple synchronization model*, manuscript submitted to the New Journal of Physics. `http://arxiv.org/abs/1203.1699`.

2. Sz. Horvát, A. Derzsi, Z. Néda, and A. Balog, *A spatially explicit model for tropical tree diversity patterns*, **Journal of Theoretical Biology**, vol. **265**, no. 4, pp. 517-523, 2010.

3. Sz. Horvát, V. Magas, D. Strottman, and L. Csernai, *Entropy development in ideal relativistic fluid dynamics with the Bag Model equation of state,* **Physics Letters B**, vol. **692**, no. 4, pp. 277-280, 2010.

4. Sz. Horvát, E. Á. Horváth, G. Máté, E. Káptalan, Z. Néda, *Unexpected synchronization*, **Journal of Physics: Conference Series**, vol. **182**, 012026, 2009

Alte publicații

1. S. Zschocke, Sz. Horvát, I. Mishustin, L. P. Csernai, *Non-equilibrium haderonization and consitutient quark number scaling*, **Physical Review C**, vol. **83**, p. 044903, 2011.

2. L. P. Csernai, Y. Cheng, Sz. Horvát, V. Magas, D. Strottman, and M. Zétényi, *Flow analysis with 3-dim ultra-relativistic hydro,* **Journal of Physics G**, vol. **36**, no. 6, p. 064032, 2009.

3. Sz. Horvát and P. Hantz, *Pattern formation induced by ion-selective surfaces: models and simulations,* **The Journal of Chemical Physics**, **123**, 34707, 2005

4. P. Hantz, J. Partridge, Gy. Láng, Sz. Horvát and M. Ujvári *Ion-Selective Membranes Involved in Pattern-Forming Processes,* **The Journal of Physical Chemistry B**, **108**, 18135-18139, 2004