

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE PSIHOLOGIE ȘI ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI

Rezumatul tezei de doctorat

**OPTIMIZAREA PREDĂRII ȘI ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII ÎN
LICEU PRIN UTILIZAREA PREDOMINANTĂ A
PROBLEMATIZĂRII**

COORDONATOR: PROF. UNIV. DR. MIRON IONESCU

DOCTORAND: ALEXANDRINA-ANA VLAICU

CLUJ-NAPOCA

2013

CUPRINS

PARTEA I

FUNDAMENTAREA TEORETICĂ

Capitolul I

| | |
|--|----|
| PREDAREA ȘI ÎNVĂȚAREA MATEMATICII – ABORDARE DIACRONICĂ ȘI SINCRONICĂ | 7 |
| I.1. Scurt istoric al matematicii | 7 |
| I.2. Structura disciplinelor matematice | 12 |
| I.2.1. Matematica teoretică și aplicată | 12 |
| I.2.1.1. Aritmetica | 14 |
| I.2.1.2. Algebra | 14 |
| I.2.1.3. Geometria | 14 |
| I.2.1.4. Analiza matematică | 15 |
| I.2.1.5. Alte ramuri ale matematicii | 15 |
| I.3. Priorități în învățarea matematicii ca obiect de studiu școlar în învățământul românesc | 16 |
| I.3.1. Matematica de la știință la obiect de studiu școlar | 16 |
| I.3.2. Reformele educaționale și studiul matematicii | 18 |
| I.3.3. Predarea matematicii în diverse sisteme educaționale | 20 |
| I.3.4. Studiul matematicii la nivelul claselor gimnaziale | 21 |
| I.3.5. Studiul matematicii la nivelul claselor liceale | 22 |
| I.4. Caracterul formativ și informativ al studiului matematicii | 34 |

Capitolul II

METODOLOGIA DIDACTICĂ ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL LICEAL. PARADIGMA ACTIVIZĂRII 40

II.1. Repere curriculare ale reformei românești 40

II.2. Activizarea elevilor – premisă și rezultat în instruirea eficientă 43

II.3. Metodologia instruirii – relevanța ei în optimizarea predării și învățării matematicii 47

II.4. Metode și tehnici didactice activizante în predarea-învățarea matematicii la clasele liceale. Prezentare selectivă 53

II.4.1. Învățarea prin descoperire 58

II.4.2. Demonstrația matematică 62

II.4.3. Exercițiul matematic 63

II.4.4. Rezolvările de probleme matematice 67

II.4.5. Algoritmizarea 73

II.4.6. Brainstormingul 74

II.4.7. Tehnica 6.3.5 75

II.4.8. Tehnica „Știu/ Vreau să știu/ Am învățat” 76

Capitolul III

PROBLEMATIZAREA ÎN PROCESUL DE PREDARE ȘI ÎNVĂȚARE A MATEMATICII 77

III.1. Conceptul de problemă 77

III.2. Tipurile de probleme didactice (specifice problematizării) 80

III.3. Situația-problemă 81

III.4. Valorificarea problematizării în predarea matematicii 88

| | |
|-------------------------------------|----|
| Capitolul IV | 92 |
| CONCLUZIILE PĂRȚII TEORETICE | |

PARTEA a II-a

**PREZENTAREA CERCETĂRII DIDACTICE PE TEMA „OPTIMIZAREA
PREDĂRII ȘI ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII ÎN LICEU
PRIN UTILIZAREA PREDOMINANTĂ A PROBLEMATIZĂRII”**

| | |
|--|-----|
| Capitolul V | 94 |
| COORDONATELE CERCETĂRII | |
| V.1. Motivarea demersului experimental | 94 |
| V.2. Obiectivele cercetării | 95 |
| V.3. Metodele de cercetare utilizate | 96 |
| V.3.1. Experimentul | 96 |
| V.3.2. Metoda cercetării documentelor curriculare și a altor documente școlare | 96 |
| V.3.3. Metoda de cercetare focus-grup | 97 |
| V.3.4. Metoda observației sistematice | 97 |
| V.3.5. Metoda anchetei pe bază de chestionar | 100 |
| V.3.6. Metoda testelor | 101 |
| V.4. Instrumente de cercetare folosite | 101 |
| V.4.1. Grilă de întrebări | 101 |
| V.4.2. Fișă de observație | 101 |
| V.4.3. Chestionare | 102 |
| V.4.4. Teste de cunoștințe | 102 |

| | |
|--|-----|
| Capitolul VI | 103 |
| ETAPA PREEXPIMENTALĂ | |
| VI.1. Opinii în ceea ce privește predarea-învățarea matematicii în liceu | 103 |
| VI.1.1. Opinii ale profesorilor | 103 |
| VI.1.2. Opinii ale elevilor | 113 |
| VI.1.3. Opinii ale părinților | 121 |
| VI.2. Pretestul | 128 |
| VI.3. Eșantionul de participanți | 129 |
| VI.4. Eșantionul de conținut | 130 |
| VI.5. Concluzii ale părții constatative | 135 |
| | |
| Capitolul VII | 138 |
| ETAPELE EXPERIMENTULUI FORMATIV ȘI DE RETESTARE | |
| VII.1. Scopul și obiectivele cercetării | 138 |
| VII.2. Ipoteza cercetării | 139 |
| VII.3. Variabilele independente și dependente | 140 |
| VII.4. Desfășurarea experimentului propriu-zis | 140 |
| VII.4.1. Activități formative cu profesorii | 141 |
| VII.4.2. Activități pregătitoare cu elevii claselor experimentale | 143 |
| VII.4.3. Activitățile didactice la clasele experimentale | 147 |
| VII.5. Etapa de control | 158 |
| VII.5.1 Administrarea posttestului | 158 |
| VII.5.2 Administrarea retestului | 159 |

| | |
|---|-----|
| Capitolul VIII | 160 |
| PREZENTAREA ȘI INTERPRETAREA DATELOR | |
| VIII.1. Interpretarea rezultatelor pretestului comparativ cu posttestul, respectiv retestul | 162 |
| VIII.2. Interpretarea și compararea rezultatelor de la testele de progres | 173 |
| VIII.3. Interpretarea rezultatelor chestionarului final | 176 |
| | |
| Capitolul IX | 180 |
| CONCLUZIILE CERCETĂRII | |
| IX.1. Concluzii generale privind cercetarea efectuată | 180 |
| IX.2. Concluzii legate de limitele cercetării (dificultăți și obstacole) | 186 |
| IX.3. Sugestii pentru cercetări viitoare | 187 |
| | |
| BIBLIOGRAFIE | 189 |
| | |
| ANEXE | 195 |

Cuvinte cheie: predare, învățare, metodă de învățământ, problematizare, învățare prin descoperire, exercițiu, problemă, activizare, optimizare, formare, valorificare

*Motto: „ Valoarea culturală a matematicii este
potențial prezentă și în matematica școlară,
dar nu se oferă de la sine,
ci pretinde un efort orientat în acest sens”
(Solomon Marcus- 2006)*

Lucrarea noastră este structurată în două părți și anume una de introducere a cititorului în domeniul de studiat, cu tot ce reprezintă partea teoretică, respectiv partea de cercetare propriu-zisă. Prima parte, “Fundamentarea teoretică”, conține patru capitole în care se prezintă, de la general la particular aspecte teoretice legate de predarea și învățarea matematicii, metodologii didactice, respectiv problematizare. Partea a doua, „Prezentarea cercetării didactice pe tema *Optimizarea predării și învățării matematicii în liceu prin folosirea preponderentă a problematizării*”, conține cinci capitole care fac referire la experimentul didactic propriu-zis, cu tot ce implică el.

Capitolul I - PREDAREA ȘI ÎNVĂȚAREA MATEMATICII- ABORDARE DIACRONICĂ ȘI SINCRONICĂ

Capitolul începe cu o prezentare a unui scurt istoric a matematicii de-a lungul timpului, prezentare care dorește să reliefeze, pe de o parte ideea că multe dintre cunoștințele pe care elevii le însușesc pe băncile școlii se cunosc de sute sau chiar mii de ani, iar pe de altă parte că o serie de teoreme, de sisteme de calcul ori de numerație s-au descoperit în același timp în mai multe zone ale lumii, fapt ce denotă necesitatea simultană a omenirii de a folosi aceste descoperiri obținute. Se subliniază de asemenea și faptul că matematica fiind în principal instrument de lucru pentru alte discipline și astfel fiind mai dificil a i se observa finalitățile, este totuși necesar să li se releve elevilor atât ordinea în care multe dintre noțiuni au fost descoperite și demonstrate, dar și modul în care ele, de-a lungul timpului se clădesc pentru a ajunge la matematicile superioare din zilele noastre.

În continuare am făcut o trecere în revistă a principalelor subdiscipline matematice, definirea lor, respectiv măsura în care ele se studiază în școală. Programele școlare urmăresc învățarea matematicii cu noțiuni acumulate asemănător unei spirale ascendente. Pe măsură ce elevii

înaintea în vârstă, maturitatea și experiențele dobândite îi ajută nu doar să adauge noi informații celor deja acumulate, ci și să crească calitativ (în profunzime) pe cele vechi. Dacă elevii claselor primare iau contact cu matematica prin aritmetică, învățând numerele și operațiile elementare cu acestea, elevii de gimnaziu învață elemente de algebră, însușind noțiunea de necunoscută și rezolvând ecuații și de geometrie, rezolvând probleme cu puncte, drepte, plane, distanțe, măsuri de unghiuri, dar și cu definiții, teoreme, demonstrații. Ramurile matematicii se diversifică în cadrul programei de liceu, elevii studiind aici și analiza matematică care are la bază noțiunea de funcție, geometria analitică care face o legătură apreciabilă între algebră și geometria sintetică, precum și elemente de statistică și probabilități, respectiv algebră superioară.

Matematica studiată în școală urmărește două aspecte importante, vis-a-vis de finalitățile urmărite și anume:

- Cuprinderea unor noțiuni de bază necesare aprofundării unei matematici superioare, eventual de studiat ulterior, respectiv noțiuni necesare studiului celorlalte științe;
- Formarea unor capacități intelectuale și abilități specifice, cum ar fi logica în gândire, aprecierea adevărului, respect pentru corectitudine etc.

Conținutul învățământului matematic, văzut ca un sistem, promovează următoarele valori:

- cunoștințe;
- priceperi și deprinderi (abilități) intelectuale și practice;
- capacități intelectuale și practice;
- competențe intelectuale și practice;
- atitudini;
- aptitudini;
- comportamente;
- conduite etc.

Dacă cunoașterea școlară are la bază un sistem de alegeri realizate la diferite niveluri, astfel încât să se asigure un sistem de achiziții care se va îmbogăți și rafina ulterior, aceste alegeri se referă la procesul de selectare și valorificare a conținuturilor curriculare (Bocoș, M., 2007):

- *transpoziția didactică externă*, focalizată pe alegerea, prelucrarea și reelaborarea didactică a cunoașterii științifice, a conținuturilor proprii unei științe (în cazul nostru, matematică) și pe construirea unui curriculum formal (ansamblu de experiențe de învățare și formare oferite elevilor în diferite cicluri curriculare). Curriculumul formal matematic se

obiectivează în documente școlare oficiale: planuri de învățământ, programe școlare, manuale școlare, auxiliare curriculare.

- *transpoziția didactică internă*, care analizează modul în care cunoștințele științifice de referință sunt transformate în scopuri ale predării: în manuale (alegerea editorilor și a autorilor), în alte auxiliare și suporturi curriculare și de către profesorul însăși, în activitățile didactice pe care le organizează la nivel micro.

Reformele educaționale în general, modul în care ele influențează studiul matematicii face referire asupra curriculumului, trecând astfel de la punerea accentului pe conținuturile învățării la punerea accentului pe experiențele educaționale oferite elevilor, mai precis trecerea de la dimensiunea informativă la cea formativ-educativă a întregului proces de învățământ.

Ministerul de resort a evidențiat și evidențiază, în cadrul reformei educaționale, necesitatea abordării concertate a întregii problematice a educației de bază, cu accent pe:

- asigurarea calității, echității și eficienței la toate nivelurile și procesele educaționale;
- compatibilizarea finalităților, conținutului și structurii învățământului preuniversitar cu demersurile strategice stabilite pe plan național și european

Noul curriculum de matematică pentru liceu subliniază în primul rând, caracterul formativ al metodelor de instruire utilizate în activitatea de predare-învățare a noțiunilor de matematică. Punându-se accentul pe elev și pe dezvoltarea acestuia, profesorul va fi nevoit să își modifice fundamental managementul clasei, modalitățile de relaționare cu elevii, organizarea activităților din clasă.

Cele câteva remarci făcute relativ la predarea matematicii în alte sisteme educaționale, pun în evidență câteva aspecte și anume că sistemele de învățământ la care se face referire sunt mai eficiente și evident cu rezultate mai bune dar că, elevii de liceu care continuă de la un moment dat să studieze într-una dintre țările a căror sisteme au fost aici analizate, nu doar că fac cu succes față nivelului de pregătire a noilor colegi, dar chiar îi depășesc, ceea ce denotă nu numai capacitatea lor intelectuală, ci și o bună școală matematică românească.

Aspectele studiate în continuare fac referire la tipurile claselor de liceu, respectiv la numărul de ore aferente matematicii pe fiecare profil, filieră și specializare. Privitor la componentele programei de matematică în liceu, s-a făcut o scurtă analiză a ceea ce înseamnă curriculum la matematică, mai precis trunchi comun, curriculum diferențiat și curriculum la

decizia școlii. Ceea ce am încercat a aduce nou aici, este o analiză curriculară a programei școlare la disciplina “Matematică”

S-a luat în atenție **programa școlară la disciplina “Matematică”**, clasa a IX-a, ciclul inferior al liceului, filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică și științele naturii, respectiv filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică, fiecare dintre ele având alocate în planurile cadru câte patru ore de matematică pe săptămână. Analiza a fost făcută urmărind următoarele aspecte:

- Dominanta curriculară a programei
- Opțiunea constructivă a programei
- Principii ale elaborării programei școlare
- Finalitățile majore ale studierii disciplinei
- Considerații referitoare la managementul conținuturilor
- Structura programei școlare
- Axa programei
- Considerații referitoare la evaluare

Astfel, prin modalitatea concretă de organizare, programa dobândește structuralitate, operând cu sisteme de competențe – generale și specifice, funcționalitate – grație orientării spre rezultate și actualizare – adecvându-se la cerințele profesionale ale status-urilor profesionale implicate.

Statutul matematicii în cadrul curriculei liceale este unul important și prin faptul că liceul se finalizează cu un examen de bacalaureat ce presupune, pentru elevii claselor cu profil realist, o probă de examen din matematica studiată în toți anii de liceu. Asta presupune o mai mare atenție din partea profesorilor la a sistematiza materia, de a analiza și pune în aplicare metode de predare-învățare eficiente, de a folosi instrumente care să-i ajute pe elevi în procesul de învățare.

Caracterul formativ al învățării matematicii este analizat plecând de la ideea că învățarea conștientă, înțelegerea, în primul rând se bazează pe structuri cognitive preexistente.

Pentru că o învățare eficientă este una în mod obligatoriu conștientă asta obligă profesorul la parcurgerea următoarelor etape:

- reactualizarea cunoștințelor anterioare;
- marcarea prin completare (când este cazul);
- prezentarea noilor cunoștințe;

- asigurarea că secvențele sunt urmărite atent și conștient;
- verificarea nivelului de înțelegere;
- fixarea noilor achiziții în structuri bine organizate.

Valorificându-ne propria experiență didactică, am făcut câteva recomandări didactice pentru stimularea motivației învățării la elevi și, implicit, pentru creșterea randamentului școlar:

- *Să țină evidența progreselor cognitive pe care le înregistrează. .*
- *Să conștientizeze obiectivele pe care vor să le realizeze.*
- *Să deriveze din fiecare obiectiv principal obiective secundare.*
- *Să conștientizeze obiectivele care au fost îndeplinite.*
- *Să își ofere mici recompense (nu recompense materiale) după atingerea fiecărui obiectiv împlinit.*

Capitolul II - METODOLOGIA DIDACTICĂ ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL LICEAL. PARADIGMA ACTIVIZĂRII

Demersurile educaționale și valorificarea strategiilor și metodelor didactice, la fel ca orice acțiune umană, se situează întotdeauna în contexte determinate și concrete, în interiorul cărora intervin diverse variabile. Astfel, în acest capitol se accentuează importanța viziunii sistemice în explicitarea conceptului de „strategie”, respectiv necesitatea conceperii și aplicării unor demersuri pedagogice integratoare, care să armonizeze variabilele implicate în procesul instructiv-educativ și să sugereze modalități operaționale de acțiune și intervenție pedagogică eficiente. Sistemele metodologice, reprezintă componenta cea mai flexibilă, mai dinamică și mai operațională a strategiilor didactice, altfel spus componenta acțională a procesului de învățământ.

Referirile la “Raportul Comisiei Prezidențiale pentru analiza și elaborarea politicilor din domeniile educației și cercetării” din 06.07.2007 de la București, analizează radiografia învățământului românesc și, de asemenea, prezintă anumite soluții pentru problemele majore din învățământ. Una dintre măsurile concrete și importante pe care comisia le propune este “Implementarea unui curriculum flexibil și centrat pe competențele necesare dezvoltării personale și ale economiei cunoașterii”.

Școala este chemată să ofere competențe care să reprezinte achiziții integrate ale elevilor, care să le dea posibilitatea să cunoască realitatea în mod concret, științific și eficient. Aceste ansamblu integrat de cunoștințe, abilități și atitudini adecvate contextului de care are nevoie fiecare individ pentru împlinirea și dezvoltarea personală, pentru cetățenia activă, pentru

incluziunea socială și pentru angajarea pe piața muncii, devin „competențe cheie”, structurate astfel:

1. competențe de comunicare în limba maternă și în două limbi de circulație internațională;
2. competențe fundamentale de matematică, științe și tehnologii;
3. competențe digitale;
4. competențe axiologice și de valorizare;
5. competențe pentru managementul vieții personale și al evoluției în carieră;
6. competențe antreprenoriale;
7. competențe de expresie culturală;
8. competențe de a învăța pe tot parcursul vieții.

Analizându-se paradigma învățământului centrat pe elev, pe grupul de elevi, pe experiențele de învățare constructive, pozitive, generate în urma implicării elevilor în situațiile de învățare construite de către profesori, conform ofertei existente în curriculum, precum și prin valorificarea experienței și creativității lor didactice de a învăța pe tot parcursul vieții, am trecut la analiza activizării elevilor.

„... activizarea reprezintă un proces evolutiv, complex, sistematic și dinamic, care angajează întregul potențial psiho-fizic al subiecților cunoașterii, respectiv un sistem de procese cognitive, afective, voliționale și biologice, a căror pondere este diferită, funcție de configurația contextului educațional: forma de organizare a activității didactice, conținuturile instruirii, vârsta subiecților, nivelul lor, profilul lor de inteligență, specificul activității didactice și al sarcinii de instruire, natura activității solicitate – intelectuală, manuală sau motrică, metodologia utilizată ș.a.m.d.” (Bocoș, M.-D., 2013, pag. 61)

Activizarea reprezintă un principiu didactic care relevă importanța participării conștiente, active și interactive a elevilor în procesul instructiv-educativ, importanța implicării lor depline – cognitive, psihomotorii, afectiv-atitudinale, importanța proceselor cognitive și metacognitive parcurse de aceștia (nu doar importanța rezultatelor cunoașterii pentru dezvoltarea lor cognitivă și metacognitivă).

Astfel, „...activizarea cuprinde o suită de acțiuni:

- stimularea și cultivarea interesului elevilor pentru cunoaștere

- valorificarea inteligenței elevilor și a celorlalte funcții psihice ale acestora prin efortul pe care îl depun
- formarea și exersarea la elevi a capacității de însușire a cunoștințelor
- formarea și exersarea la elevi a abilităților de orientare autonomă în probleme practice

cultivarea spiritului investigativ, a căutărilor personale și a atitudinii epistemice prin antrenarea elevilor în organizarea, conducerea, desfășurarea și evaluarea activității didactice școlare și extrașcolare” (Ionescu, M., Bocoș, M., (coord.), 2009, pag.169).

În cadrul instruirii interactive, sarcina profesorului este de a le propune elevilor activități de formare intelectuală, care să îi implice activ și interactiv, să îi determine să își exerseze potențialul în căutarea noului, iar noul să îl achiziționeze prin eforturi intelectuale și acționale proprii. Dacă obiectivul major în instruirea interactivă este centrarea pe activitatea de învățare individuală sau colaborativă a elevului, profesorul ajutându-l să își modeleze personalitatea, să își dezvolte responsabilitatea și încrederea în sine, atunci principalele condiții pe care trebuie să le îndeplinească o instruire interactivă, pentru a i se putea atribui calitatea de a fi „eficientă”, în viziunea autoarei Mușata Bocoș, ar fi următoarele: *constructivismul, interactivitatea și metacognitivismul* (Bocoș, M.-D., 2013).

Scopul principal al metodelor didactice este orientarea proceselor de predare-învățare, (autoînvățare)-evaluare (autoevaluare), rămânând subordonate acestor procese. Metodele însoțesc acțiunea educativă, dar nu se identifică cu aceasta. Eficiența acțiunii educative este dependentă de identificarea unor modalități optime de îmbinare a elementelor caracteristice acțiunilor instructiv--educative, având mai ales claritate în ceea ce privește sistematizarea proceselor de predare-învățare-evaluare, iar în vederea asumării rezultatelor scontate, extrem de utile sunt și procedeele didactice. Ele sunt componente ale metodelor, detalii particulare ale acestora, detalii care țin de execuția acțiunii, tehnici particulare cu rol de instrumente ale metodelor. O metodă poate fi considerată un sistem omogen de procedee, acțiuni și operații selecționate în funcție de caracteristicile situației de învățare și integrate într-un mod unitar de execuție și de acțiune didactică. Astfel, principalii indicatori de calitate ai metodologiei didactice ar putea fi:

- măsura în care este concepută în viziune sistemică;
- modalitatea de combinare a metodelor și procedeele componente;
- modalitatea de dozare a metodelor și procedeele componente;

- versatilitatea – posibilitatea de a se schimba ușor în diferite situații.
- Caracterul operațional al metodelor didactice este relevat de către diversele circumstanțe ale instruirii, fiind necesară articularea lor calitativă, în mod sistematic, ținând cont de condițiile instruirii, cu contribuția absolut necesară a creativității și originalității profesorului.

Din multitudinea de clasificări ale metodelor de învățământ care se fac în literatura de specialitate, am menționat doar pe cele ale prof. univ. dr. Miron Ionescu și prof. univ. dr. Ioan Cerghit, referindu-ne în special la metodele activizante, respectiv la cele adecvate predării și învățării matematicii în liceu.

Curriculumul de matematică propune organizarea activității didactice pe baza corelării domeniilor de studiu, precum și prin utilizarea în practică, în contexte variate, a competențelor dobândite prin învățare. În mod concret se urmărește:

- esențializarea conținuturilor în scopul accentuării laturii formative;
- compatibilizarea cunoștințelor cu vârsta elevului și cu experiența anterioară a acestuia;
- continuitatea și coerența curriculară pe orizontală și pe verticală;
- realizarea legăturilor interdisciplinare prin crearea de modele matematice ale unor fenomene abordate în cadrul altor discipline;
- prezentarea conținuturilor într-o formă accesibilă, cu scopul de a stimula motivația prin studiul matematicii;
- asigurarea unei continuități la nivelul experienței didactice acumulate în predarea matematicii în sistemul nostru de învățământ

Astfel, vor fi preferate metodele activizante, cele care să le pretindă elevilor activitate continuă, atât în plan mental, al gândirii, cât și în plan practic, al acțiunii. Orice profesor de matematică își va dori elevi care să judece, să raționeze logic, să infereze, să aplice cunoștințele matematice în diferite contexte, să reflecteze, să întrebe, să sesizeze și să rezolve probleme în mod activ, să își pună întrebări relativ la validitatea soluțiilor

S-a trecut în continuare la analizarea principalelor metode activizante de predare-învățare a matematicii în liceu, făcându-se nu doar analiza fiecăreia dintre ele ci și a exemplelor de teme adecvate fiecăreia. Pentru că problematizarea este principala metodă utilizată în cadrul experimentului formativ, e face obiectul unui capitol de sine stătător. Aici au fost descrise:

- *Învățarea prin descoperire*

Metodă didactică euristică, învățarea prin descoperire reprezintă o formă de participare activă și interactivă a elevilor în procesul de învățământ și constă în efectuarea de activități și investigații proprii, independente (individuale sau colective) orientate în direcția reconstrucției și redescoperirii adevărurilor științifice. Descoperirea presupune nu doar realizare de inferențe, ci și o anumită spontaneitate a subiectului, manifestarea curajului său epistemic, a fanteziei, a creativității sale. Desigur că, în instruirea școlară, descoperirea nu este pură, autentică, ci este, practic, o semidescoperire sau o pseudodescoperire, întrucât este necesară intervenția profesorului. S-au analizat atât tipurile de descoperiri specifice activităților didactice, adică:

- descoperiri inductive – care au la bază raționamente de tip inductiv
- descoperiri deductive – care au la bază raționamente de tip deductiv
- descoperiri transductive – care au la bază raționamente transductive, asociate cu gândirea artistică sau imaginativă
- descoperiri analogice/prin analogie – care au la bază raționamente analogice/prin analogie,

cât și etapele de parcurs ale elevilor în desfășurarea activităților de învățare prin descoperire (M. Ionescu; V. Chiș, 1992, M. Bocoș, 1998, M.-D. Bocoș, 2013):

- Sesizarea și confruntarea cu situația-problemă, conștientizarea ei
- Căutarea independentă a soluțiilor problemei și realizarea actului descoperirii, ceea ce presupune:
 - *reflecția personală*
 - *realizarea cercetării teoretice și/sau practice independente*
 - *structurarea, interpretarea și relaționarea datelor teoretice și experimentale*
 - *efectuarea de operații mentale cu caracter euristic*
 - *realizarea actului descoperirii*
- Formalizarea rezultatului descoperirii
- Integrarea achizițiilor în sistemul cognitiv propriu al elevilor, în manieră sistemică și exersarea în ceea ce a fost descoperit

S-a reliefat nu doar importanța acestei metode în predarea-învățarea matematicii în liceu, ci și strânsa legătură pe care aceasta o are cu problematizarea, analiza finalizându-se cu un exemplu din inducția matematică.

- Demonstrația matematică

Demonstrația este o metodă didactică bazată pe acțiunea de cercetare indirectă a realității. Ea valorifică îndeosebi resursele raționamentului de tip deductiv implicând prezentarea unor obiecte, fenomene și procese din natură și societate, reale sau substitute, în vederea stimulării capacității elevilor de descoperire și de argumentare a esenței acestora. Demonstrațiile logico-matematică se deosebesc de demonstrațiile bazate pe utilizarea materialului inductiv, utilizate în studiul altor discipline.

Demonstrația matematică utilizează ca mijloace didactice demonstrative demonstrațiile logico-teoretice, inferențele și calculele matematice, care au la bază raționamente logice deductive, inductive, analogice, în baza cărora se ajunge la adevăruri matematice.

Condițiile necesare a fi respectate de către demonstrație ca metodă de învățământ sunt:

- să asigure o activitate intelectuală autentică și dinamică a elevilor, care este necesar să cunoască foarte bine scopul demonstrației și să fie implicați activ în demonstrație, din punct de vedere intelectual și afectiv-motivațional;
- să utilizeze concepte și reprezentări ilustrative și semnificative, cunoscute de către elevi, să permită o susținere reală a învățării și a cogniției;
- să respecte un raționament logic și o succesiune logică a etapelor de învățare în contextele situaționale specifice;
- să favorizeze învățarea cognitivă prin crearea motivației specifice pentru a cunoaște, care va face posibilă activizarea elevilor.

Exemplul analizat a fost al demonstrației injectivității funcției de gradul întâi.

- Exercițiul matematic

Exercițiul reprezintă o metodă de învățământ în care predomină acțiunea de exersare conștientă, corectă și repetată a unor operații, acțiuni intelectuale sau practice, în vederea fixării anumitor tehnici de lucru, care, ulterior se vor optimiza, automatiza și vor contribui la formarea de deprinderi.

Am analizat ideea conform căreia exercițiile și problemele sunt abordate integrat, date fiind operațiile comune pe care le presupun, astfel încât adesea se vorbește despre metoda

rezolvării de exerciții și probleme; între exerciții și probleme „*există o diferență de grad de complexitate*: în exerciții primează aspectul algoritmic, în timp ce în probleme primează aspectul euristic. Problemele presupun aplicarea unor priceperi și deprinderi însușite prin exercițiu, cu scopul descoperirii unor strategii euristice de rezolvare, respectiv de găsire a soluției” (M.-D. Bocoș, 2013). Aceeași autoare oferă taxonomii ale exercițiilor și problemelor:

- 1) După *natura sarcinilor de lucru*
- 2) După *conținutul sarcinilor de lucru*
- 3) După *scopul didactic urmărit*
- 4) După *etapa* în care sunt utilizate în procesul de predare-învățare
- 5) După *funcția* îndeplinită în procesul de predare-învățare
- 6) După *numărul de participanți* și după *forma de organizare* a acestora
- 7) După *gradul de determinare* a activității

Metoda exercițiului este extrem de des utilizată, ea susținând însușirea prin exersare conștientă, activă și sistematică a cunoștințelor proprii fiecărei subdiscipline matematice și formarea capacităților și competențelor intelectuale specifice. Pentru ca metoda exercițiului să devină una eficientă, este necesar a fi îndeplinite etapele metodice generale și anume:

- Înțelegerea enunțului exercițiului.
- Întocmirea unui plan de rezolvare
- Aplicarea efectivă a planului de rezolvare propus
- Organizarea de discuții și analize privind acțiunile realizate, soluția obținută, calea de rezolvare aleasă și concluziile care se pot formula
- Verificarea rezultatului.

Exemplul oferit este cel al rezolvării unui sistem de gradul al doilea care a fost rezolvat atât prin metoda substituției, cât și prin metoda reducerii, respectiv metoda grafică.

- Rezolvările de probleme matematice

Metoda rezolvării de probleme se aplică foarte frecvent în cadrul desfășurării lecțiilor de matematică. Important de menționat faptul că, o foarte mare categorie de probleme pot deveni simple exerciții (care presupun exersări rutiniere), pentru acei elevi dotați care stăpânesc foarte bine cunoștințele necesare în momentul rezolvării. Același enunț, poate deține statutul de exercițiu sau de problemă, în funcție de adresant, de cunoașterea și experiența sa matematică, de exigențele sale, respectiv de situația particulară în care se află.

Dacă un exercițiu implică operații de aplicare, exersare, transfer, extrapolare a cunoștințelor matematice, o problemă, în schimb, presupune, în plus, exersare de raționamente logico-matematice, operații de analiză, de sinteză și chiar de evaluare (formulare de judecăți de valoare).

În studiul matematicii, diversitatea problemelor face să existe o diversitate de posibilități de clasificare:

1) După *conținutul problemelor de matematică*:

- 1.1.) probleme de algebră;
- 1.2.) probleme de geometrie;
- 1.3.) probleme de trigonometrie;
- 1.4.) probleme de analiză matematică;
- 1.5.) probleme de probabilități;
- 1.6.) probleme de statistică.

2) După *gradul de generalitate*:

- 2.1.) probleme generale
- 2.2.) probleme specifice

3) După *numărul de etape și operații implicate*:

- 3.1.) probleme simple
- 3.2.) probleme complexe

4) După *metoda de rezolvare*:

- 4.1.) probleme care se rezolvă aplicându-se direct o formulă;
- 4.2.) probleme care se rezolvă cu ajutorul unui algoritm;
- 4.3.) probleme pentru a căror rezolvare este necesară o anumită analiză (de obicei, anterioară aplicării unui algoritm);
- 4.4.) probleme de sinteză

5) După *gradul de structurare* (clasificare realizată de Newell și Simon):

- 5.1.) probleme bine definite;
- 5.2.) probleme slab definite (structurarea presupune mai multe sau mai puține elemente de nedeterminare ori de ambiguitate)

6) După *natura lor*:

- 6.1.) Problemele reproductive-noncreative

Pentru exemplificare au fost alese două exemple și anume unul din geometrie, adică aflarea lungimii ipotenuzei, cunoscându-se lungimile catetelor, unul din algebră, rezolvarea unei ecuații de gradul al doilea și unul din analiză, aflarea unei primitive.

6.2.) Problemele demonstrative-aplicative sau inductiv-creative

Exemplificarea a fost făcută printr-o problemă de algebră, demonstrația unei divizibilități, precum și o problemă de geometrie plană.

6.3.) Problemele inventiv-creative

Ca exemplu am luat o problemă de geometrie plană, anume una de loc geometric și una de geometrie combinată cu algebră, o problemă de punct fix.

6.4.) Problemele euristic-creative

Exemplul considerat aici este unul de completare a problemei de punct fix

6.4.) Problemele euristic-creative

Ca exemplu am ales o problemă de algebră, anume rezolvarea unui sistem de două ecuații, una fiind de gradul întâi și una de gradul al doilea, precum și un exemplu de trigonometrie, rezolvarea unei ecuații trigonometrice.

- *Algoritmizarea*

Algoritmizarea este o metodă de învățământ care presupune aplicare de algoritmi, respectiv efectuarea unei suite de operații, integrate în scheme de acțiune didactica, ce urmaresc îndeplinirea unei sarcini de instruire, iar algoritmul conține un ansamblu de indicații, prescripții, reguli și raționamente, care conduc la rezolvarea unei sarcini de predare-învățare.

Rezolvarea de exerciții și probleme, instruirea asistată de calculator, explicatia s.a. pot fi utilizate într-o manieră algoritmică, cu condiția de a nu fi considerată contrariantă, întrucât algoritmizarea nu trebuie să fie contrapusă învățării de tip euristic. De aceea se va elabora un algoritm, respectiv o succesiune univocă de operații, pornindu-se de la un procedeu euristic de căutare de soluții, astfel, demersurile euristice și cele algoritmice neaflându-se în opoziție, ci într-o relație dinamică și de continuitate.

Matematica, utilizează algoritmizarea în două mari direcții:

- cea a rezolvării unor tipuri de exerciții și probleme cu caracter teoretic;
- cea a desfășurării unor activități practice.

Algoritmii pot fi:

- de identificare

- de rezolvare

Exemplul oferit aici este cel aplicat în rezolvarea inecuațiilor de gradul al doilea.

- *Brainstormingul*

Brainstormingul presupune căutare individuală și colaborativă de idei, date, soluții, algoritmi, stimulând astfel spiritul critic, de invenție și creativ. În practica educației, este cea mai răspândită metodă de stimulare a creativității în activitățile de grup.

Principiile pe care ea se bazează sunt „cantitatea determină calitatea” și „evaluarea ideilor este amânată”. Regulile care derivă din aceste principii sunt:

- se emit și se acceptă cât mai multe idei (chiar dacă par nepotrivite, îndepărtate de subiect, chiar ridicole), formulate spontan, liber, fără inhibiții, fără a fi analizate pe moment (evaluarea este suspendată, amânată);

se încurajează participanții la reuniunea brainstorming să formuleze idei noi, corelații, asociații etc.;

se accentuează importanța formulării de idei și soluții originale, creative, neobișnuite, neconvenționale;

- se încurajează emiterea de idei neconvenționale și originale și manifestarea liberă a imaginației.

În aplicarea metodei se parcurg fazele:

- Anunțarea temei și a obiectivelor urmărite
- Faza de divergență, respectiv de generare și emitere de idei, soluții inedite
- Faza de evaluare critică și de ierarhizare a ideilor
- Faza de convergență, de alegere a soluțiilor
- Faza de stabilire a concluziilor reuniunii brainstorming.

Tehnica 6.3.5, precum și tehnica ”Știu/ Vreau să știu/ Am învățat” sunt tehnici descrise aici și sistematic folosite alături de metode activizante.

Capitolul III - PROBLEMATIZAREA ÎN PROCESUL DE PREDARE ȘI ÎNVĂȚARE A MATEMATICII

Conceptul de problemă stă la baza problematizării, mai exact conceperea, construirea și rezolvarea unei probleme asigură esența acestei metode, ea presupune existența unui obstacol cognitiv, care te împiedică să avansezi în cunoaștere sau devine sursă a unor idei controversate, a unui conflict cognitiv determinat de raportul dintre cunoscut și necunoscut; care

generează contradicții, dificultăți, incertitudini iar în literatura de specialitate există o serie de definiții date conceptului de problemă.

Se pot distinge două aspecte importante ale problemei și anume aspectul legat de necunoscută (sau de enigmă) care stimulează curiozitatea și activitatea intelectuală și, implicit, demersurile de rezolvare, și un aspect care ține de controversa pe care o percepe elevul, care receptează și procesează informațiile într-o modalitate subiectivă.

Studiile de specialitate (Bocoș, M., 1998) arată că este necesar să extindem semnificația problematizării și să reconsiderăm paradigma învățământului problematizat. Aceasta întrucât conceptele de problematizare și de problemă nu presupun existența obligatorie a unei contradicții sau a unui conflict, deci a unui obiectiv-obstacol (spre exemplu, lacune cognitive).

În funcție de modalitatea în care este realizată problematizarea, se construiesc situațiile de instruire problematizată, respectiv situațiile-problemă, situația-problemă fiind o sintagmă care reunește situațiile de instruire.

Este important să facem diferența dintre conceptul de problemă, utilizat în sens clasic și cel de problemă didactică, acesta din urmă fiind legat de situația-problemă și deci, specific problematizării.

Problemele clasice de matematică pot fi:

- probleme închise, în care sarcina de lucru include toate aspectele necesare rezolvării
- probleme închise, în care sarcina de lucru presupune un anumit demers de rezolvare probleme de tipul exercițiilor mecanice
- probleme generate de întrebări formulate de profesor pe parcursul rezolvărilor probleme de fixare și consolidare a cunoștințelor

Important de menționat că nu orice problemă poate să constituie pretext de problematizare și nu orice întrebare care pretinde o explicație se poate transforma într-o problemă didactică, specifică problematizării.

În contextul problematizării, problemele didactice presupun depășirea unor obstacole epistemologice, punând accentul pe gândirea productivă a elevilor.

Pentru că problema didactică reprezintă noțiunea de bază utilizată în contextul problematizării, problemele sau situațiile problematice se pot clasifica din punct de vedere al dificultăților de ordin cognitiv pe care le întâmpină elevii, astfel:

- Situații în care elevul nu cunoaște formula de rezolvare a problemei de matematică cerută
- Situații în care elevul știe formulele, dar nu poate decide care dintre ele îi sunt utile în problema de matematică cerută.
- Situații în care elevul nu poate continua rezolvarea de la un anumit nivel/stadiu al rezolvării.
- Situații, cu precădere la problemele de geometrie, în care elevul nu știe să realizeze un desen corect, deci nu poate demara rezolvarea.
- Situații în care, problema de matematică cerută având componente din două sau mai multe subramuri matematice, elevul are nevoie de o reactualizare și mobilizare a anumitor cunoștințe.

O situație-problemă poate fi definită ca o situație contradictorie, conflictuală, ce rezidă din trăirea simultană a două realități și anume una cognitiv-emoțională (anterioară) și una de noutate și surpriză, pe care o oferă necunoscutul cu care se confruntă subiectul.

Relevantă este sintetizarea tipurilor de situații-problemă întâlnite în cadrul orelor de matematică:

| <i>Tipuri de Probleme</i> | <i>Caracterul problemelor (în înțeles clasic)</i> | <i>Exemple</i> | | | |
|------------------------------------|---|---|--|--|---|
| | | <i>Activitatea profesorului</i> | <i>Activitatea elevului</i> | <i>Comentarii didactice</i> | <i>Enunțul și rezolvarea</i> |
| Problemă cu aplicarea algoritmului | Fără situații problematice | Pune întrebarea: Care este algoritmul de rezolvare a unei inecuații de gradul al doilea? | Elevii răspund și rezolvă: I. Se scrie ecuația atașată II. Se rezolvă ecuația de gradul al | Pentru a nu întâmpina dificultăți, elevii trebuie să știe: - să rezolve corect o ecuație de | Enunț: Să se rezolve inecuația: $X^2-6x+8 \leq 0$ Rezolvare: $X^2-6x+8=0$ Cu rădăcinile de 2 și 4. Din tabelul |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|
| | | | doilea. III. Se efectuează tabelul de semn IV. Se scrie intervalul ce reprezintă soluția | gradul al doilea - să cunoască semnul funcției de gradul al doilea - să construiască un tabel de semn | de semn, $x \in [2,4]$ |
| Problemă care s-ar putea rezolva fără problematizare, dar profesorul formează o situație problematică | Cu problematizare implicită (evidențiată de profesor) | Pune întrebarea: 1. Care este primul pas în calculul sumei? După ce se ajunge la $S_n = n:(n+1)$, profesorul întreabă: 2. Rezolvarea punctului a) este gata? | La întrebarea 1. elevul răspunde: Se descompune fiecare fracție în fracții simple. Relativ la întrebarea 2. apar mai multe nelămuriri. Răspunsul care lămurește: este obligatoriu, deși nu se cere explicit în enunț) să se demonstreze formula găsită, prin inducție | Este necesară cunoaștere algoritmului de descompunere în fracții simple. Întrebarea adresată de profesor determină o situație problematică: mai este necesar ceva? și dacă da, ce anume? | Enunț: Fie suma: $S_n = 1/1 \cdot 2 + 1/2 \cdot 3 + \dots + 1/n(n+1)$ a) Să se calculeze suma b) Să se determine limita la infinit din S_n Rezolvare: $1:k(k+1) = A:k + B:(k+1)$ de unde $A=1, B=-1$; $S_n = 1:1 - 1:2 + 1:2 - 1:3 + 1:3 - \dots + 1:n - 1:(n+1) = 1 - 1:(n+1)$ |

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|---|
| | | | matematică. | | |
| Problemă care s-ar putea rezolva fără problematizare, dar pe parcursul căreia elevii problematizează | Cu problematizare implicită (evidențiată de elevi) | Profesorul întreabă: 1. Cum se rezolvă acest tip de nedeterminare? 2. Care este expresia conjugată? Elevii sunt solicitați să scrie pe tablă, concret fiecare exemplu și să-l rezolve. | Elevii răspund: La 1.: Se amplifică expresia cu conjugata ei. La 2.: conjugata este expresia: $n^2+1 +1$ Elevii întreabă: 1. Cum se rezolvă limita dacă sub radical este o polinomială de grad mai mare decât doi? 2. Cum se rezolvă limita dacă radicalul este de ordinul trei și sub radical este o polinomială de gradul trei? 3. Cum se rezolvă limita dacă coeficientul lui n^2 este 2 în loc de 1? | Elevii știu, în general să rezolve o astfel de limită, faptul că ei pun întrebări denotă că, pe de o parte se obișnuiesc să-și problematizeze singuri, pe de altă parte, conștientizează multiplele tipuri de șiruri, încercând o sistematizare și consolidare a lor | Enunț: Să se calculeze limita șirului: $x_n = n^2 + 1 - n$ Rezolvare: Nedeterminarea de tipul infinit minus infinit se rezolvă amplificând expresia cu conjugata ei și prin calcul se ajunge la 0. |

| | | | | | |
|---|-----------------------------|---|--|---|--|
| Problemă în care se formează o situație problematică generată de o nelămurire | Cu problematizare explicită | Profesorul întreabă: Cum decidem care este unghiul drept? Întrebare ajutătoare: Există vreun motiv pentru care n-ar putea fi unghiul drept atât A cât și B? | Elevii nu pot decide care să fie unghiul drept. Elevii realizează existența a două situații diferite. | Elevii sesizează problema, dar este necesar un mic ajutor din partea profesorului. Din momentul clarificării existenței celor două situații, rezolvările devin simple. | Enunț: Rezolvați triunghiul dreptunghic ABC, dacă avem $a=9$ și $C=65^\circ$ Rezolvare: Cazul I: $A=90^\circ$, atunci $B=25^\circ$ și din teorema sinusurilor $C=9\sin65^\circ$, iar $B=9\sin25^\circ$ Cazul II: $B=90^\circ$ atunci $A=25^\circ$ și tot din teorema sinusurilor $b=9/\sin25^\circ$ $c=9\sin65^\circ/\sin25^\circ$ |
|---|-----------------------------|---|--|---|--|

Capitolul IV - CONCLUZIILE PĂRȚII TEORETICE

Concluziile desprinse au fost cele relativ la ceea ce poate fi optimizat în cadrul predării-învățării matematicii în liceu. Numărul insuficient de ore de matematică comparativ cu dimensiunea mare a conținuturilor face ca, de multe ori lucrurile să scape de sub control și să fie insuficient de bine stăpânită materia de predat. Astfel este necesară o regândire atât a strategiilor didactice de urmat, cât și o regândire a propriilor noastre atitudini vis-a-vis de abilitățile și competențele ce este necesar a le forma elevilor pentru ca ei să fie capabili a se descurca în orice situație matematică. Pentru că una dintre sarcinile importante ale profesorului de matematică este aceea de a diminua dificultățile de învățare ale elevilor, el va fi nevoit să aleagă acele metode activ-participative care să se potrivească cel mai bine atât lecției de matematică, cât și nivelului clasei respective.

Capitolul V - COORDONATELE CERCETĂRII

Motivarea demersului experimental a fost dată de ideea că finalitatea întregului proces prin care se învață matematica în liceu se măsoară, mai mult sau mai puțin, prin rezultatele obținute la examenul de bacalaureat. De aceea, rolul de bază a acestei lucrări este acela de a găsi cele mai potrivite modalități de înțelegere, asimilare și aplicare a noțiunilor matematice, care să le ofere elevilor posibilitatea obținerii performanței dorite, urmărite.

Efortul intelectual propriu, antrenamentul la care este supusă gândirea, precum și participarea activă în procesul învățării matematicii, sunt proprii învățământului matematic general. Capacitatea de a rezolva probleme este esențială atât în însușirea cunoștințelor, cât și în formarea operațiilor matematice. Astfel, problematizarea poate deveni metoda principală de utilizat pe tot parcursul predării-învățării matematicii. Mai mult decât atât, problematizarea este necesar să fie utilizată și ca procedeu în contextul utilizării altor metode principale, respectiv, să fie utilizată sistematic, astfel încât să fie bine stăpânită de elevi și ei să o poată folosi din proprie inițiativă, în diverse contexte, lucrarea de față propunându-și demonstrarea impactului pozitiv pe care îl are folosirea predominantă a problematizării în procesul predării-învățării matematicii în liceu.

Obiectivele etapei constatative au fost împărțite în două mari categorii și anume:

- obiective cu caracter general și
- obiective cu caracter specific.

În categoria obiectivelor cu caracter general au fost incluse:

- Stabilirea măsurii în care sunt folosite metodele de predare și învățare active, cu precădere problematizarea;
- Stabilirea nivelului de cunoștințe ale elevilor înainte de începerea experimentului formativ.

În categoria obiectivelor cu caracter specific au fost incluse:

- Trecerea în revistă și selectarea metodelor și instrumentelor de cercetare;
- Alcătuirea eșantioanelor de subiecți;
- Alcătuirea eșantionului de conținut;
- Înregistrarea și selectarea opiniilor elevilor, profesorilor și părinților cu privire la modalitățile de predare și învățare a matematicii în liceu.

Legat de metodele de cercetare, nici una dintre metodele folosite, oricât ar fi fost de complexă și de elaborată, nu ar fi fost suficientă singură pentru realizarea întregului tablou de date necesar, am recurs la un sistem de metode care, acționând sinergic, au contribuit la construirea unei imagini clare a situației actuale.

Metodele folosite în cercetarea noastră au fost:

- *Experimentul*
- *Metoda cercetării documentelor curriculare și a altor documente școlare*
- *Metoda de cercetare focus-grup*
- *Metoda observației sistematice*
- *Metoda anchetei pe bază de chestionar*
- *Metoda testelor*

Instrumentele de cercetare folosite au fost:

- *Grila de întrebări*
- *Fișa de observație*
- *Chestionarele*
- *Testele de cunoștințe*

Capitolul VI - ETAPA PREEXPERIMENTALĂ

Opiniile în ceea ce privește predarea-învățarea matematicii în liceu au fost desprinse dintre:

- Opiniile ale profesorilor
- Opinii ale elevilor
- Opiniile părinților

Chiar dacă de cele mai multe ori opiniile celor trei categorii de intervievați nu coincid, totuși s-au desprins câteva idei comune relativ, cu precădere la diminuarea dificultăților de învățare. Pe de o parte este necesar un efort mai mare din partea elevilor, iar pe de altă parte articularea din partea profesorilor a celor mai bine gândite strategii care să conducă la rezultatele dorite, în special la reușita propusă a examenului de bacalaureat.

Eșantionul de participanți a fost format din:

- *Grupul de profesori*
- *Grupurile de elevi*
- *Grupul de părinți*

Numărul de participanți la experiment este de :

| Eșantionul de participanți/ Etapile parcurse | Grupul de profesori | Grupul de elevi | Grupul de părinți |
|---|---------------------|-----------------|-------------------|
| Etapa constatativă | 100 | 800 | 500 |
| Etapa experimentului formativ | 5 | 294 | - |

Eșantionul de conținut a cuprins:

Lecțiile de algebră:

| UNITATEA DE ÎNVĂȚARE | NR. ORE | CONȚINUTURI | NR. ORE | METODE | PROCEDEE | EVALUARE |
|--|---------|--|---------|-----------------|----------------------|---------------------------|
| Noțiuni fundamentale | 2ore | Definiția funcției- exemple | 1 oră | Coversația | Exemplifi- carea | Verificare prin sondaj |
| | | Probleme care conduc la funcția de gradul II | 1 oră | Problematizarea | | |
| Graficul funcției de gradul al doilea | 4ore | Graficul funcției $f(x)=ax^2$ | 1oră | Problematizarea | Conversația | Verificare orală |
| | | Graficul funcției $f(x)=ax^2+c$ | 1oră | Problematizarea | Algoritmi- zarea | |
| | | Graficul funcției $f(x)=ax^2+bx+c$ | 1oră | Problematizarea | Algoritmi- zarea | |
| | | Lecție de exerciții | 1oră | Exercițiul | Problemat. | |
| Monotonia funcției de gradul al doilea | 2ore | Intervale de monotonie ale funcției de gradul al doilea | 1 oră | Problematizarea | Asaltul de idei | Verificare orală |
| | | Interpretare geometrică | 1 oră | Problematizarea | Problemati- zarea | |

| | | | | | | |
|--|-------|--|-----------------|-----------------|-----------------|---|
| Ecuția de gradul al doilea | 6ore | Rezolvarea ecuației-formule | 1 oră | Descrierea | Problematiz. | Verificare prin sondaj Verificare orală Test scris Verificarea fișelor |
| | | Natura rădăcinilor | 1 oră | Explicația | Problematiz. | |
| | | Semnul rădăcinilor | 1oră | Demonstrația | Exercițiul | |
| | | 1oră | Problematizarea | Modelarea | | |
| | | Descompunerea trinomialului de gradul II | 1 oră | Demonstrația | Conversația | |
| Forma ecuației când se cunosc rădăcinile | 1 oră | Problematizarea | Problematiz. | Demonstr. | Munca în grup | |
| Pozițiile rădăcinilor | | | | | Asalt de idei | |
| Semnul funcției de gradul al doilea | 2ore | Stabilirea semnului funcției de gradul II | 1 oră | Problematizarea | Exercițiul | Verificare orală |
| | | Aplicații ale semnului | 1 oră | Exercițiul | Problematizarea | |
| Inecuații și sisteme de inecuații | 5ore | Inecuații | 2 ore | Algoritmizarea | Problematizarea | Verificarea fișelor Test de progres A1 |
| | | Sisteme de inecuații | 2 ore | Munca în grup | | |
| | | Inecuații cu modul | 1 oră | Modelarea | Algoritmiz. | |
| Sisteme de ecuații de gradul al doilea | 5ore | Sisteme cu o ecuație de gradul I și una de gradul II | 1 oră | Descrierea | Problematizarea | Verificare orală Test de progres A2 |
| | | Interpretare geometrică | 1 oră | Conversația | Modelarea | |
| | | Sisteme simetrice | 1 oră | Problematizarea | Problematizarea | |
| | | Sisteme omogene | 1 oră | Descrierea | | |
| | | Interpretare | 1 oră | Descrierea | Modelarea | |

| | | | | | | |
|---|-------|---------------------|-------|------------------------------|----------------------------|-----------------------|
| | | geometrică | | | | |
| Probleme practice în care intervine funcția de gradul al doilea | 2 ore | Lecție de exerciții | 2 ore | Problematizarea Proiectul | Modelarea Asalt de idei | Evaluarea proiectelor |

Lecțiile de geometrie:

| DE ÎNVĂȚARE | NR. ORE | CONȚINUTURI | NR. ORE | METODE | PROCEDEE | EVALUARE |
|---|---------|--|--------------|-------------------------------|---------------------------------|------------------------|
| Exprimarea valorilor funcțiilor trigonometrice într-un triunghi dreptunghic | 2 ore | Valori ale unghiurilor ascuțite Radiani și grade sexagesimale | 1oră 1oră | Problematizarea Explicația | Demonstrația Conversația | Verificare orală |
| Cercul trigonometric | 2 ore | Coordonate în plan Definiția cercului trigonometric | 1oră 1oră | Problematizarea Modelarea | Demonstrația Problematizarea | Verificare prin sondaj |
| Rezolvarea triunghiului dreptunghic | 2 ore | Stabilirea elementelor de rezolvat Rezolvarea triunghiului | 1oră 1oră | Problematizarea Exercițiul | Descrierea Munca pe grupe | Interevaluare |
| Relații între funcțiile | 2 ore | Formula fundamentală a | 1oră | Problematizarea | Demonstrația | |

| | | | | | | |
|---|-------|--|------|-----------------|--------------------------|-------------------------|
| trigono- metrică într-un triunghi | | trigonometriei Semnele funcțiilor trigonometrice | 1oră | Problematizarea | Exercițiul | Autoevaluare |
| Valorile funcțiilor trigono- metrică ale sumei și diferenței argumentelor | 2 ore | Reducerea la primul cadran Valorile sumelor și diferențelor | 1oră | Problematizarea | Asaltul de idei | Test scris |
| | | | 1oră | Demonstrația | Problemati- zarea | |
| Funcția sinus | 2 ore | Sinusul argumentului dublu Exerciții | 1oră | Algoritmizarea | Problemati- zarea | Evaluare orală |
| | | | 1oră | Exercițiul | Problemati- zarea | |
| Funcția cosinus | 2 ore | Cosinusul argumentului dublu Exerciții | 1oră | Algoritmizarea | Problemati- zarea | Evaluare orală |
| | | | 1oră | Exercițiul | Problemati- zarea | |
| Funcția tangenta | 2 ore | Definiții și proprietăți Tangenta sumei și diferenței | 1oră | Descrierea | Asaltul de idei | Evaluare prin sondaj |
| | | | 1oră | Algoritmizarea | Problemati- zarea | |
| Funcția cotangenta | 2 ore | Definiții și proprietăți Cotangenta sumei și diferenței | 1oră | Descrierea | Asaltul de idei | Evaluare prin sondaj |
| | | | 1oră | Algoritmizarea | Problemati- zarea | |
| Transformare a sumei de valori în | 2 ore | Formule pentru transformare Exerciții | 1oră | Demonstrația | Coversația Explicația | Test de |
| | | | 1oră | Exercițiul | Problemati- | |

| produs | | | | | zarea | progres G3 |
|-----------------------------------|-------|---|------|-----------------|--------------------------------|--|
| Rezolvarea unui triunghi oarecare | 6 ore | Relații între unghiurile unui triunghi | 1oră | Problematizarea | Conversația Exercițiul | Evaluare orală Evaluare prin sondaj Test de progres G4 |
| | | Relații între unghiuri și laturi | 1oră | Problematizarea | Asaltul de idei Conversația | |
| | | Teorema sinusurilor | 1oră | Demonstrația | Problematizarea | |
| | | Teorema cosinusului | 1oră | Demonstrația | Explicația | |
| | | Rezolvarea triunghiului | 1oră | Asaltul de idei | Conversația Munca pe grupe | |
| Aria unui triunghi | 2 ore | Formule pentru arie | 1oră | Problematizarea | Conversația Exercițiul | Evaluarea proiectelor |
| | | Raza cercului înscris și circumscris triunghiului | 1oră | Demonstrația | Proiectul Munca pe grupe | |

Concluziile părții constatative au pus în evidență că activitățile de predare și învățare a matematicii în liceu sunt activități complexe, care implică strategii, metode, procedee atent proiectate și aplicate. Specificul învățării matematicii presupune formarea și dezvoltarea de multiple competențe ale elevilor: cele de stăpânire și folosire corectă a formulelor de calcul, cele de valorificare a noțiunilor teoretice, de rezolvare a exercițiilor și problemelor etc. Ori, formarea acestor competențe necesită timp ceva mai mult decât cel stabilit în momentul de față. Pentru că, din păcate numărul de ore nu poate fi modificat și pentru că activitatea de învățare este un proces anticipat, proiectat, organizat, coordonat și dirijat de profesor, iar această activitate are ca principal scop obținerea unor achiziții, profesorul este obligat să îi formeze elevului un stil de muncă și tehnici de activitate intelectuală, care să contribuie la realizarea obiectivelor propuse. Dacă în predarea lecțiilor de matematică se vor folosi metode activ-participative și mai ales

problematizarea, dacă elevii vor fi învățați să stăpânească și să folosească la maximum această metodă, să rezolve situații problematizate, rezultatele vor fi superioare. Totalitatea informațiilor obținute în etapa constatativă au asigurat datele de start pentru a configura o serie de acțiuni didactice viitoare, precum și pentru proiectarea și realizarea cercetării pedagogice referitoare la valorificarea valențelor educaționale ale problematizării în studiul matematicii în liceu.

Capitolul VII - ETAPELE EXPERIMENTULUI FORMATIV ȘI DE RETESTARE

Scopul general al cercetării aplicative descrise în lucrarea de față sunt de a realiza optimizarea predării și învățării matematicii în liceu prin folosirea preponderentă a problematizării atât ca metodă didactică principală, cât și ca procedeu didactic în cadrul altor metode de învățământ.

Obiectivele cercetării de față sunt:

O1. Investigarea opiniilor cadrelor didactice, ale elevilor și ale părinților acestora cu referire la cauzele dificultăților de învățare, respectiv la modalitățile de optimizare a procesului de învățare a matematicii în liceu.

O2. Proiectarea unui sistem de lecții de matematică în care să fie folosită predominant problematizarea, atât ca metodă didactică principală, cât și ca procedeu didactic în cadrul altor metode activ-participative.

O3. Experimentarea acestor lecții și aplicarea instrumentelor de cercetare concepute (chestionare, teste), în vederea stabilirii eficienței lor, prin compararea rezultatelor inițiale ale elevilor cu cele obținute în urma aplicării sistematice a metodei problematizării.

O4. Înregistrarea, monitorizarea și compararea rezultatelor obținute de elevii claselor experimentale și de control în diversele etape ale cercetării (la testul inițial, la testele formative, la posttest și la retest) și formularea de concluzii.

Ipoteza de bază a cercetării de față a fost formulată astfel:

Utilizarea preponderentă a problematizării în sisteme metodologice activizante determină creșterea randamentului școlar, respectiv facilitarea asimilării și aplicării noțiunilor matematice în liceu.

Variabila independentă (neinfluențată de alți factori) a cercetării de față este folosirea sistematică a problematizării atât ca metodă, cât și ca procedeu didactic în cadrul altor metode activ-participative în procesul de predare-învățare a matematicii, mai precis a două dintre cele mai importante capitole din clasa a IX-a, la matematică.

Variabilele dependente sunt direct influențate de către variabila independentă, mărimile lor fiind dependente de nivelul variabilei independente. În cercetarea noastră, variabila dependentă este reprezentată de randamentul școlar, respectiv de performanțele elevilor, reflectate atât în gradul de înțelegere și a noțiunilor predate, cât și în gradul de reținere a lor, respectiv în ușurința cu care elevii rezolvă problemele, atât în clasă sub directa îndrumare a profesorului, cât și în mod independent.

Desfășurarea demersurilor investigative cuprinde:

Partea I – Etrapa preexperimentală

Partea a II-a – Experimentul formativ propriu-zis

Partea a III-a – Etapa posteexperimentală

Partea a IV-a – Retestul

Au fost desfășurate:

- *Activități formative cu profesorii și anume:*

- Întâlnirea de prezentare a scopului experimentului și a modalităților de comunicare cu cercetătorul

- Precizarea principalelor cauze de ineficiență în predare și a cauzelor dificultăților de învățare

- Stabilirea metodelor de predare-învățare eficient

- Stabilirea programului experimentului, a conținutului testelor și a baremului de corectare

- *Activități pregătitoare cu elevii claselor experimentale:*

- Prezentarea de către profesor a obiectivelor experimentului preconizat

- Stabilirea etapelor de parcurs în învățare

- Stabilirea modalităților clare de oferire a feedback-ului

- Valorificarea temei de casă

- Formarea competențelor de evaluare, autoevaluare și interevaluare

- Identificarea elementelor de automotivare

- Formarea stilului de muncă eficient

Activitățile didactice la clasele experimentale s-au manifestat prin desfășurarea, pe parcursul perioadei cuprinsă între noiembrie și martie, a unei serii de lecții.

Etapă de control s-a concretizat în:

- Administrarea posttestului derulată în martie 2011, după analizarea experimentului pedagogic propriu-zis, în scopul măsurării randamentului școlar în urma utilizării preponderente a problematizării în procesul de predare-învățare și

- Administrarea retestului care a reprezentat o etapă desfășurată în prima parte a lunii iunie 2011 și a verificat stabilitatea în timp, după finalizarea experimentului, a cunoștințelor și abilităților matematice studiate pe parcursul experimentului didactic realizat.

Capitolul VIII - PREZENTAREA ȘI INTERPRETAREA DATELOR

Interpretarea rezultatelor pretestului comparativ cu posttestul, respectiv retestul au format cea mai importantă parte a acestui capitol. Astfel, s-au obținut rezultatele redate în tabelul de mai jos:

| Denumirea școlii | Tipul clasei | Codul perechii | Nota la pretest | Nota la posttest | Nota la retest |
|---|---|----------------|-----------------|------------------|----------------|
| Liceul de informatică Tiberiu Popoviciu | Clasa experimentală 10 fete și 20 băieți | 1 | 8.90 | 9.10 | 9.30 |
| | Clasa de control 9 fete și 21 băieți | 1 | 9.00 | 9.00 | 8.90 |
| Colegiul Național Dragoș Vodă | Clasa experimentală 8 fete și 20 băieți | 2 | 8.70 | 8.90 | 9.00 |
| | Clasa de control 5 fete și 24 b. | 2 | 8.60 | 8.70 | 8.70 |
| Colegiul Național Moise | Clasa experimentală 10 fete și 20 | 3 | 8.50 | 8.80 | 9.00 |

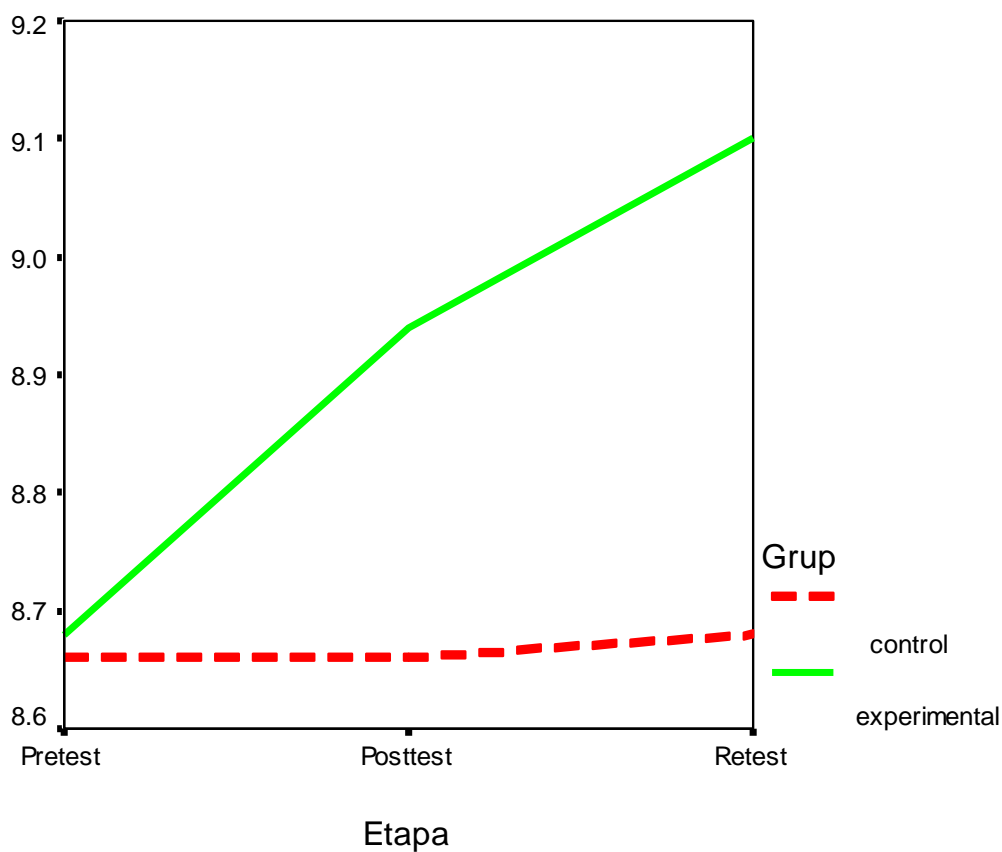
| | | | | | |
|----------------------------------|--|---|------|------|------|
| Nicoară | băieți | | | | |
| | Clasa de control 9 fete și 22 b. | 3 | 8.60 | 8.50 | 8.60 |
| Liceul teoretic Aurel Lazăr | Clasa experimentală 8 fete și 20 b. | 4 | 8.50 | 8.80 | 8.90 |
| | Clasa de control 11 fete și 16 b. | 4 | 8.40 | 8.50 | 8.50 |
| Colegiul Național George Barițiu | Clasa experimentală 6 fete și 24 băieți | 5 | 8.80 | 9.10 | 9.30 |
| | Clasa de control 8 fete și 23 b. | 5 | 8.70 | 8.60 | 8.70 |

Pentru realizarea comparațiilor, am considerat două eșantioane perechi, deoarece fiecare clasă experimentală fiind în corespondență cu o clasă de control de la aceeași școală. Așadar, am lucrat cu:

- un eșantion experimental, format din cele cinci clase experimentale;
- un eșantion de control, format din cele cinci clase de control.

| Etapa | Grup experimental | | Grup de control | |
|----------|-------------------|----------|-----------------|----------|
| | m | σ | m | σ |
| pretest | 8,68 | 0,18 | 8,66 | 0,22 |
| posttest | 8,94 | 0,15 | 8,66 | 0,21 |
| retest | 9,10 | 0,19 | 8,68 | 0,15 |

Ilustrarea rezultatelor de la pretest, posttest și retest a fost făcută în diagrama de mai jos:

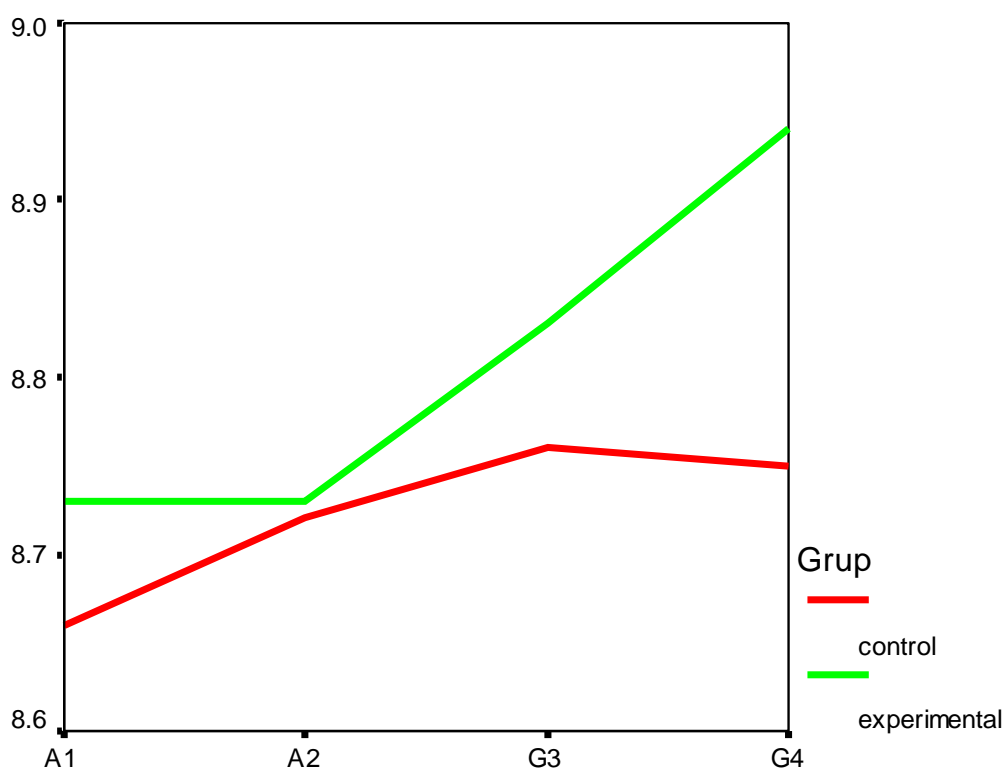


Pe parcursul experimentului formativ s-au administrat elevilor patru teste de progres, mai precis două la algebră și două la geometrie. Rezultatele la aceste teste sunt prezentate mai jos:

| CLASELE | TESTUL A1 | TESTUL A2 | TESTUL G3 | TESTUL G4 |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| E1 | 8,95 | 8,93 | 9,00 | 9,05 |
| C1 | 8,90 | 8,93 | 9,00 | 8,95 |
| E2 | 8,70 | 8,80 | 8,85 | 9,05 |
| C2 | 8,70 | 8,60 | 8,80 | 8,70 |
| E3 | 8,55 | 8,50 | 8,65 | 8,80 |
| C3 | 8,60 | 8,50 | 8,70 | 8,70 |
| E4 | 8,60 | 8,60 | 8,75 | 8,80 |
| C4 | 8,30 | 8,70 | 8,60 | 8,65 |
| E5 | 8,85 | 8,80 | 8,90 | 9,00 |
| C5 | 8,80 | 8,85 | 8,70 | 8,75 |

În tabel, respectiv în diagramă, sunt redați indicatorii statistici ai notelor la testele de progres, atât la clasele experimentale, cât și la cele de control.

| Test | Grup experimental | | Grup de control | |
|------|-------------------|----------|-----------------|----------|
| | m | σ | m | σ |
| A1 | 8,73 | 0,17 | 8,66 | 0,23 |
| A2 | 8,73 | 0,17 | 8,72 | 0,18 |
| G3 | 8,83 | 0,14 | 8,76 | 0,15 |
| G4 | 8,94 | 0,13 | 8,75 | 0,12 |



Test de progres

Capitolul IX - CONCLUZIILE CERCETĂRII ȘI CONCLUZII GENERALE

Cercetarea de față este rodul activității noastre desfășurate pe parcursul a trei ani și a avut ca scop identificarea și validarea unei modalități de ameliorare a procesului de predare și învățare a matematicii la nivel de liceu.

1. Concluzii generale privind cercetarea efectuată

a) Ce ne-am propus (punctul de plecare)

Momentul deciziei de a realiza lucrarea de față marca deja peste 30 de ani de muncă la catedră, iar implicarea în procesul instructiv-educativ pe parcursul unui asemenea interval de timp a determinat căutări intense spre soluții de optimizare a muncii desfășurate. Anii de învățământ petrecuți cu drag alături de elevi, au însemnat mult în ceea ce privește identificarea anumitor dificultăți întâmpinate de elevi nu doar în legătură cu înțelegerea noțiunilor sau capacitatea de a le folosi în exerciții, ci și legat de reținerea lor sau încadrarea noțiunilor noi în sistemul deja format de cele mai vechi, dificultăți, care, din păcate, duc la scăderea semnificativă a entuziasmului elevilor, eventual edificat până în momentul manifestării acestor dificultăți astfel, determinați fiind de dorința de a căuta unele soluții de remediere a acestor neajunsuri, am început munca de investigare. Am ajuns la concluzia că utilizarea preponderentă a metodelor activ-participative asigură calea spre succesul școlar. Mai mult decât atât, am început să identificăm metode și tehnici didactice adecvate studiului matematicii, care ar putea contribui la optimizarea predării și învățării acestei discipline. De departe, utilizarea problematizării, atât ca metodă didactică principală, cât și ca procedeu didactic în cadrul altor metode activizante, părea a fi soluția potrivită la problemele care se constatau.

b) Cum am realizat ce ne-am propus

Experimentul formativ s-a desfășurat între noiembrie 2010 și martie 2011 și a cuprins mai multe etape și anume înregistrarea nivelului de cunoștințe al elevilor, adică pretestul, experimentul formativ a cuprins etapa de desfășurare a mai multor activități, pe de o parte activități formative cu profesorii participanți la experimentul didactic, iar cu elevii participanți la experiment, pe de altă parte, activități pregătitoare ale derulării experimentului, ulterior desfășurându-se lecțiile propuse, iar în final a fost administrat posttestul și apoi, la interval suficient de concludent retestul.

c) Ce am obținut?

Rezultatele obținute la testele de progres evidențiază evoluția notelor elevilor din clasele experimentale (acestea au fost în ușoară creștere). Datele statistice au pus în evidență faptul că diferențele dintre mediile claselor experimentale și de control sunt semnificative statistic. Cel mai relevant a fost pentru noi progresul înregistrat la clasele experimentale în posttest, comparativ cu pretestul. De asemenea, ne-a bucurat faptul că prin realizarea comparației între pretest și retest,

am constatat că diferențele în favoarea claselor eperimentale se mențin și mai mult, învățământul matematic problematizat creează premisele unei formări și informări active, conștiente și eficiente a elevilor și determină rezultate școlare superioare.

2. Concluzii legate de limitele cercetării (dificultăți și obstacole)

Etapa constatativă a fost cea care a adus cu sine primele obstacole ale cercetării și anume lipsa de timp, de preocupare, de disponibilitate și chiar de interes a profesorilor invitați să participe la experimentul formativ, o altă dificultate întâlnită tot în etapa constatativă fiind reprezentată de selectarea eșantioanelor de elevi. Alegerea acestor clase, prin coroborarea criteriului mediilor pe clase cu opiniile profesorilor investigați, profesori care trebuiau să aibă două clase de același nivel, pentru a forma una experimentală și una de control, a reprezentat o grea încercare.

În general, experimentul formativ s-a desfășurat conform planificărilor realizate inițial, iar profesorii care au condus clasele experimentale și de control au transmis mesaje pozitive relativ la rezultate. toate acestea nefăcând decât să confirme odată în plus, faptul că învățământul matematic problematizat aduce beneficii semnificative în plan formativ și informativ, influențând extrem de favorabil dezvoltarea elevilor.

3. Sugestii pentru cercetări viitoare

Implicarea în experimentul nostru didactic le-a sugerat profesorilor participanți idei și pârgii de optimizare a procesului instructiv-educativ, o serie dând dovadă de entuziasm în organizarea și desfășurarea activităților, multora dintre aceștia deschizându-li-se posibile căi de cercetare și nu mai puțin important schimbări atitudinale pozitive.

Propunerile noastre, în calitate de cercetător, s-au concretizat în :

1. Manifestarea interesului pentru planificarea atentă a strategiilor de predare și învățare.
2. Folosirea aproape exclusiv a metodelor didactice activizante în predarea matematicii la clasele de liceu (cu accent special pe problematizare).
3. Preocuparea propriei motivații și modalităților de automotivare, pentru a putea asigura motivația elevilor.
4. Oferirea elevilor de ocazii cât mai dese pentru a-și evalua rezultatele muncii independente, pentru a realiza autoevaluări și interevaluări.

5. Îndemnul și ajutorul oferit elevilor de a utiliza fișe asemănătoare celei “Știu- Vreau să știu- Am învățat”, pentru ca să reușească singuri să își sistematizeze logic materia și să o reactualizeze atunci când au nevoie de anumite conținuturi.

Provocarea produsă de munca de cercetare a reprezentat enorm, mai ales din punctul de vedere al optimizării propriei activități didactice, realizând că munca de perfecționare a actului didactic nu se va sfârși, nici la nivel macroeducațional, nici la nivel microeducațional, practic, acesta fiind farmecul muncii la catedră.

BIBLIOGRAFIE

Albulescu, I., (2009), *Pragmatica predării. Activitatea profesorului între rutină și creativitate*, Editura Paralela 45, Pitești

Andronache, L., (2012), *Personalitate, valori, stil de viață, relații socio-educative la adolescenți. Strategii formative*, Editura Vladimed-Rovimed, Bacău

Baldini, M., (1986), *Epistemologia e pedagogia dell'errore*, Editura La Scuola, Bologna

Banea, H., (1998), *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești

Barbu, M.-D., (2013), *Motivația învățării și reușita școlară*, Editura Vladimed-Rovimed, Bacău

Barrow, J.D., (1992), *Perche il mondo e matematico?*, Editura Laterza, Bari-Roma

Beardon, A.F., (1984), *A premier on Riemann surfaces*, Editura Cambridge University Press, Cambridge

Beerends, R.J., Termorsche, H.G., Van den Berg, J.C., Van de Vrie, E.M., (2003), *Fourier and Laplace transforms*, Editura Cambridge University Press, Cambridge

Bocoș, M., (1998), *Metode euristice în studiul chimiei*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca

Bocoș, M., (2005), (ed. a III-a), *Teoria și practica cercetării pedagogice*, Editura Cărții de Știință, Cluj-Napoca

Bocoș, M., (2007), *Didactica disciplinelor pedagogice. Un cadru constructivist*, Editura Paralela 45, Pitești

Bocoș, M.-D., (2013), *Instruirea interactivă*, Editura Polirom, Iași

Bocoș, M., Jucan, D., (2007), *Teoria și metodologia instruirii și Teoria și metodologia evaluării*, Editura Paralela 45, Pitești

Brânzei, D., Brânzei, R., (2000), *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești

Bronson, P., Merryman, A., (2011), *Șocul educației. O nouă perspectivă asupra educației copiilor*, Editura Paralela 45, Pitești

Butunoi, E., (2011), *Adolescenții de la cunoaștere la autocunoaștere. Ghid de consiliere colară*, Editura Carminis, Pitești

- Căliman, T., (1975), *Învățământ, Inteligență, Problematizare - Studiu experimental*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Campolucci L., Madri D., Sbaragli S., (2006), *La Matematica e la sua Didattica*, Editura Fratinelli, Roma
- Cerghit, I., Radu, I., (1990), *Didactica*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Cerghit, I., (2006), *Metode de învățământ*, Editura Polirom, Iași
- Cerghit, I., (2008), *Sisteme de instruire alternative și complementare. Structuri, stiluri și strategii*, Editura Polirom, Iași
- Corry, L., (2004), *David Hilbert and axiomatisation of physics (1989-1918)*, Editura Kluwer Academic Publishers, Norwell
- Covey, R. Stephen, (2002), *Eficiența în 7 trepte*, Editura "Allfa", București
- Covey, R. Stephen, (2007), *Managementul timpului*, Editura "Allfa", București
- Crahay, M., Verschaffel, L., De Corte, E., Gregoire, J., (2005), *Enseignement et apprentissage des mathematiques*, Editura De Boeck Université, Bruxelles
- Cristea, S., (2008), *Pedagogie generală*, (ed. a II-a), Editura Didactică și Pedagogică, București
- Cristea, S., (2009), *Studii de pedagogie generală*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Cristea, S., (2010), *Fundamentele pedagogiei*, Editura Polirom, Iași
- Cucoș, C., (2001), *Istoria pedagogiei. Idei și doctrine pedagogice fundamentale*, Editura Polirom, Iași
- Cucoș, C., *Pedagogie*, (ed. a II-a), (2006), Editura Polirom, Iași
- D'Amore, B., (2003), *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concetuali della didattica della matematica*, Editura Fratinelli, Roma
- D'Amore B., Godino D.J., (2006), *La matematica e la sua didattica*, Editura Pitagora, Bologna
- Dedekind, R., (2007), *Essays on the theory of numbers*, Editura Wild Side Press, Washington
- Densmore, D., (2002), *Euclid' Elements*, Editura Green Lion Press, Santa Fe, New Mexico
- Descartes, R., (2008), *Texte fundamentale*, Editura Antet, București

- Descartes, R., (2012), *Discurs asupra metodei*, Editura Mondoro, București
- Develay, M., (1992), *De l'apprendissage a l'enseignement*, Editura ESF Editeur, Paris
- Dinu, E.N., (2006), *Paradigma Rousseau și educația contemporană*, Editura Institutului European, Iași
- Drobot, L., (2009), *Psihologie organizațională școlară*, Editura Eftimie Murgu, Reșița
- Dubois, C., Pauvert, M., Fenichel, M., (2002), *Se former pour enseigner les mathematiques*, Editura Bordas, Paris
- Dumitru, I.A., (2010), *Consiliere psihopedagogică. Baze teoretice și sugestii practice*, Editura Polirom, Iași
- Dunham, W., (1999), *Euler: the master of use all*, Editura Mathematical Association of America, Chicago
- Erickson, J., (2009), *Arta persuasiunii*, Editura "Curtea veche", București
- Gardner, H., (1993), *Educare al comprehendere. Stereotipi infantili e apprendimento scolastico*, Editura Feltrinelli, Roma
- Goleman, D., (2007), *Inteligența emoțională*, Editura "Curtea veche", București
- Hooker, M., (1982), *Leibniz: critical and interpreting essays*, Editura Manchester University Press, Manchester
- Hulme, J.N., (2010), *Wild Fibonacci*, Editura Random House Children's Books, New York
- Iacob, L.M., Cosmovici, A., (1999), *Psihologie școlară*, Editura Polirom, Iași
- Ionescu, M., (coord.) (1998), *Educația și dinamica ei*, Editura Tribuna Învățământului, București
- Ionescu, M., (2005), (ed. a II-a), *Instrucție și educație*, Editura "Vasile Goldiș", Arad
- Ionescu, M., Chiș, V., (1992), *Strategii de predare și învățare*, Editura Științifică, București
- Ionescu, M., Radu, I., Salade, D., (1997), *Dezbateri de didactică aplicată*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca
- Ionescu, M., Radu, I., (coord.), (2001), (ed. a II-a), *Didactica modernă*, Editura Dacia, Cluj-Napoca
- Ionescu, M., Radu, I., Salade, D., (coord.), (2002), *Studii de pedagogie aplicată*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca

- Ionescu, M., Bocoș, M., (coord.) (2009), *Tratat de didactică modernă*, Editura Paralela 45, Pitești
- Iucu, R., (2001), *Instruirea școlară*, Editura Polirom, Iași
- Jacobs, K., (1992), *Invitation to mathematics*, Editura Princeton University Press, New-Jersey
- Jacquet, F., (1993), *Dalla ricerca in didattica alla pratica in classe*, Editura Pitagora, Bologna
- Jigău, M., (1998), *Factorii reușitei școlare*, Editura Casa de Editură Grafoart, București
- Joița, E., (2008), *A deveni profesor constructivist*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Kant, I., (1985), *Logica generală*, Editura Științifică și enciclopedică, București
- Labăr, A.V., (2008), *SPSS pentru științele educației. Metodologia analizei datelor în cercetarea pedagogică*, Editura Polirom, Iași
- Legrenzi, P., (1998), *Come funziona la mente*, Editura Laterza, Padova
- Lupu, C., (2008), *Paradigma psihopedagogică a didacticii disciplinei școlare*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Macavei, E., (2002), *Pedagogie. Teoria educației*. Vol. I, Editura Aramis, București
- Marini, F., (1990), *Successo ed insuccesso nello studio. La teoria attribuzionale della motivazione scolastica*, Editura Franco Angeli, Milano
- Miclea, M., (1994), *Psihologie cognitivă*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca
- Mih, V., (2010), *Psihologie educațională*, Editura Asociația de Științe Cognitive din Romania, Cluj-Napoca
- Morandi, P., (1996), *Field and Galois Theory*, Editura Springer-Verlag New-York, inc., New-York
- Morarăscu, L.M., *Metode și procedee de optimizare a lecției de matematică în învățământul primar*, Editura Vladimed-Rovimed, Bacău
- Neacșu, I., (1978), *Motivație și învățare*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Neacșu, I., (1990), *Metode și tehnici de învățare eficientă*, Editura Militară, București
- Neacșu, I., (1999), (ed. a II-a), *Instruire și învățare. Teorii. Modele. Strategii*, Editura Didactică și Pedagogică, București

- Neacșu, I., (2010), *Introducere în psihologia educației și dezvoltării*, Editura Polirom, Iași
- Negreț-Dobridor, I., (2005), *Știința învățării. De la teorie la practică*, Editura Polirom, Iași
- Nițulescu, L., (2010), *Pedagogie. Instruire și evaluare*, Editura “Eftimie Murgu”, Reșița
- Oprea, C.L., (2009), *Strategii didactice interactive*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Pacearca, St., Rey, B., Carette, V., (2013), *Competențele în școală. Formare și evaluare*, Editura Aramis, București
- Păun, E. Potolea, D. (coord.) (2002), *Pedagogie. Fundamentări teoretice și demersuri aplicative*, Editura Polirom, Iași
- Pânișoară, I.O., (2009), *Profesorul de succes. 59 de deprinderi de pedagogie practică*, Editura Polirom, Iași
- Perrenoud, Ph., (2002), *Metier d'élève așa se scrie? et sens du travail scolaire*, Editura ESF Editeur, Paris
- Piaget, J., (1974), *Psihologie și pedagogie*, Editura Didactică și Pedagogică, București
- Pintilie, M., (2002), *Metode moderne de învățare-evaluare*, Editura Eurodidact, Cluj-Napoca
- Piochi, B., (1998), *Matematica e affettivita*, Editura Pitagora, Bologna
- Polya, G., (1965), *Cum rezolvăm o problemă?*, Editura Științifică, București
- Potolea, D., (coord.) (2008), *Pregătirea psihopedagogică. Manual pentru definitivat și gradul II*, Editura Polirom, Iași
- Radu, I.T., (1981), *Evaluarea rezultatelor școlare*, în “Sinteze pe teme de didactică modernă”, Editura Tribuna Învățământului, București
- Radu, I., Ezechil, L., (2006), *Didactica - Teoria Instruirii*, Editura Paralela 45, Pitești
- Romei, F., (2008), *Leonardo da Vinci*, Editura The Oliver Press, Minneapolis
- Rotaru, I., (2011), *Competențe de evaluare. Teorie și practică*, Editura “Eftimie Murgu”, Reșița
- Rusu, E., (1962), *Despre învățarea matematicii*, Editura Științifică, București
- Salade, D., (1995), *Educație și personalitate*, Editura Cărții de Știință, Cluj-Napoca
- Salade, D., (1998), *Dimensiuni ale educației*, Editura Didactică și Pedagogică, București

- Sălăvăstru, D., (2009), *Psihologia învățării. Teorii și aplicații educaționale*, Editura Polirom, Iași
- Sbaragli, S., (2004), *Le convinzioni degli insegnanti*, Editura Laterza, Padova
- Siety, A., (2003), *Matematica, mio terore*, Editura Salani, Milano
- Stanciu, M., (1999), *Reforma conținuturilor învățământului. Cadru metodologic*, Editura Polirom, Iași
- Ștefan, M., (2006), *Lexicon pedagogic*, Editura Aramis, București
- Toma, G., Lăzărescu, M., (2010), *Jurnal de consemnări psihopedagogice*, Editura Delta Cart Educațional, Pitești
- Văideanu, G., (1988), *Educația la frontiera dintre milenii*, Editura Politică, București
- Viau, R. (1999), *La motivation en contexte scolaire*, Editura De Boeck Université, Bruxelles
- Zan, R., (1995), *L'approccio Metacognitivo*, Editura Feltrinelli, Roma
- Zlate, M. (2006), *Psihologia mecanismelor cognitive*, Editura Polirom, Iași
- www.ba.infn.it
- www.ciaomaestra.com
- www.dm.unilo.it