

UNIVERSITATEA BABES-BOLYAI  
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
DEPARTAMENTUL DE INFORMATICĂ  
CENTRUL PENTRU STUDIUL COMPLEXITĂȚII



BARTHA ATTILA

# Emergența structurilor in sisteme complexe

Rezumatul tezei de doctorat

*Conducător științific:* Prof. D. DUMITRESCU

Comisia de evaluare a tezei:  
Prof. Daniela Zaharie, West University, Timisoara  
Conf. Rodica Ioana Lung, Babes Bolyai University, Cluj-Napoca  
Conf. Marcel Cremene, Technical University, Cluj-Napoca

Cluj-Napoca, Septembrie 2013

---

# Cuprins

<b>Lista publicațiilor legate de Teză</b>	<b>1</b>
<b>1 Introducere</b>	<b>2</b>
1.1 Structura tezei . . . . .	3
1.2 Contribuții originale . . . . .	4
<b>2 Relații Generative</b>	<b>5</b>
2.1 Introducere . . . . .	5
2.2 Noțiuni de bază . . . . .	5
2.3 Echilibrul Nash . . . . .	6
2.4 Echilibru al strategiilor dominante . . . . .	6
2.5 Relații Generative induse de măsuri de calitate . . . . .	7
2.5.1 Măsuri de calitate binare . . . . .	7
2.5.2 Măsuri de calitate unare . . . . .	7
2.5.3 Caracterizarea echilibrelor prin relații generative . . . . .	7
2.5.4 Detectare echilibrelor prin metode evolutive . . . . .	8
2.5.5 O relație generativă structurală pentru echilibrul Nash . . . . .	8
2.6 Inchiderea tranzitivă a relațiilor generative . . . . .	9
2.6.1 Inchiderea tranzitivă ca relație generativă . . . . .	9
<b>3 Jocuri experimentale</b>	<b>10</b>
3.1 Jocul Centipede al lui Rosenthal . . . . .	10
3.2 Aranjament Experimental . . . . .	10
3.3 Modul de desfășurare . . . . .	11
3.4 Rezultate experimentale . . . . .	12
<b>4 Emergența structurilor în populații de oscilatoare</b>	<b>14</b>
4.1 Introducere . . . . .	14
4.2 Modelul oscilatorului propus . . . . .	14
4.2.1 Grid model . . . . .	15
4.2.2 Modul de funcționare al oscilatoarelor . . . . .	15
4.3 Rezultate experimentale . . . . .	15
4.3.1 Comportare în stare de echilibru dinamic . . . . .	15
4.3.2 Emergența undelor de sincronizare . . . . .	15
<b>5 Sisteme Cascadă</b>	<b>19</b>
5.1 Introducere . . . . .	19
5.2 System Cascadă . . . . .	19
5.2.1 Funcții de tranziție . . . . .	20
5.2.2 Particularizări și Turing-completitudine . . . . .	20
5.2.3 Sistem Cascadă în timp discret . . . . .	20

---

5.3	Rezolvarea problemei Subset-Sum prin DTCS . . . . .	20
5.3.1	Metode de rezolvare a problemei Subset-Sum . . . . .	20
5.3.2	Problema de decizie, Arhitectura sistemului . . . . .	21
5.3.3	Detectarea unei soluții . . . . .	21
5.4	Complexitatea modelului . . . . .	22
5.4.1	Complexitatea temporală . . . . .	22
5.4.2	complexitatea spațială . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Concluzii</b>	<b>23</b>

---

## Lista publicațiilor legate de Teză

Au fost publicate Următoarele articole legate de Teză:

- Bartha, A. and Dumitrescu, D. (2011) Perturbation in Population of Pulse-Coupled Oscillators Leads to Emergence of Structure, *International Journal of Computers Communications & Control* 6(2):222–226. [[Bartha and Dumitrescu, 2011](#)]
- Dumitrescu, D. and Lung, Rodica Ioana and Nagy, Réka and Zaharie, Daniela and Bartha, Attila and Logofătu, Doina. (2010) Evolutionary Detection of New Classes of Equilibria: Application in Behavioral Games In *Proceedings of the 11th international conference on Parallel problem solving from nature: Part II* Lecture Notes in Computer Science, pages 432–441 Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag. [[Dumitrescu et al., 2010](#)]

Următoarele cereri de brevet legate de Teză au fost înregistrate la OSIM:

- D. Dumitrescu, A. Bartha, M. Cremene. (2011) *Procedeu pentru rezolvarea problemei NP complete subset-sum*. Cerere brevet OSIM nr. A 00828/23.08.2011. [[D. Dumitrescu, 2011](#)]
- M. Cremene, A. Bartha, D. Dumitrescu. (2011) *Dispozitiv electronic pentru rezolvarea problemei NP complete subset-sum*. Cerere brevet OSIM nr. A 00884/12.09.2011. [[M. Cremene, 2011](#)]
- A. Bartha, D. Dumitrescu, M. Cremene. (2011). *Identificarea partilor sumei pentru probleme NP complete de tip subset-sum folosind un dispozitiv electronic digital*. Cerere brevet OSIM nr. A 00987/30.09.2011. [[A. Bartha, 2011](#)]

---

# Capitolul 1

## Introducere

În această Teză sunt studiate o serie de subiecte legate de sisteme complexe și comportament emergent.

Din punct de vedere al acestei teze noțiunea de *emergența* este folosită în contextul unor sisteme complexe în care o colecție de agenți similari interacționează și ca rezultat apare un nou comportament, care nu a fost observat în agenți individuali.

Capitolul 2 al acestei Teze este legată de folosirea metodelor de calcul evolutiv în vederea găsirii echilibrelor în jocuri necooperative. Conceptul de Relație Generativă este utilizată pentru a transforma problema găsirii echilibrelor unui joc într-o problemă de optimizare. Proprietățile matematice ale diferitelor Relații Generative sunt studiate și importanța tranzitivității este pusă în evidență.

Jocul Dilema prizonierului este adesea folosit pentru a studia interacțiunile sociale, deoarece surprinde esența situațiilor în care agenții trebuie să aleagă între cooperare și trădare. O versiune iterată, numită Jocul Centipede este de asemenea bine studiată în literatura de specialitate. Jocul Centipede poate fi jucat atât în forma extinsă cât și în forma normală. În capitolul 3 este raportat un experiment în care se studiază efectul prezentării jocului Centipede în forma normală vs forma extinsă. Rezultatele indică faptul ca jucatorii sunt mult mai susceptibili de a coopera în cazul în care jocul este prezentat într-o formă extinsă.

În capitolul 4 se propune un nou model spațial de oscilatoare cuplate prin puls (pulse-coupled oscillators). Un aspect particular al acestui model este separarea clară a mecanismului responsabil de frecvența intrinsecă al unui oscilator de mecanismul responsabil de interacțiunile dintre oscilatoare. Experimente numerice indică faptul că, în anumite condiții, unde de sincronizare apar în populația de oscilatoare. Rezultatul cel mai interesant al acestui studiu este că o condiție necesară pentru apariția de unde de sincronizare este prezența zgomotului în frecvențele intrinseci ale oscilatoarelor.

Capitolul 5 propune conceptul de Sistem Cascadă (Cascade System) ca un model generalizat de calcul. Se arată modul în care acest model poate fi particularizat în modelele familiare de circuite logice, rețele neuronale și automate celulare. Un Cascade System este construit pentru a modela problema de decizie NP-completă Subset-Sum.

## 1.1 Structura tezei

Temele studiate în această teză sunt organizate în capitole distincte de la capitolul 2 la capitolul 5. În capitolul 6 o imagine de ansamblu a principalelor rezultate este prezentat și sunt indicate noi direcții posibile de cercetare.

### *Capitolul 2*

Proprietățile Relațiilor Generative sunt studiate, în special tranzitivitatea, care este importantă pentru dezvoltarea unor metode evolutive eficiente de căutare a echilibrelor.

O relație generativă este, în general, netranzitivă. În această teza este demonstrat faptul că închiderea tranzitivă a unei relații generative induce același echilibru ca și relația originală, netranzitivă. Acest rezultat poate fi folosit în practică în domeniul metodelor evolutive de căutare a echilibrelor în jocuri.

### *Capitolul 3*

Jocul Centipede introdus de Rosenthal este un joc bine studiat, iar rezultatele teoretice indică faptul că jucătorii ar trebui să joace echilibrul Nash.

Experimentele arată însă că, în general, oamenii nu joacă echilibrul Nash. Această discrepanță între teorie și practică necesită o explicație.

În aceasta teză este prezentat un experiment în care elevii joacă jocul Centipede în două configurații diferite: în forma normală și în forma extinsă.

Rezultatele experimentale indică faptul că persoanele care joacă jocul în forma normală folosesc strategii mai apropiate de Nash decât cei care joacă în forma extinsă.

*Capitolul 4* Numeroase sisteme fizice și biologice pot fi modelate prin oscilatoare cuplate. [Mirollo and Strogatz, 1990].

Oscilatoarele cuplate prin puls reprezintă un caz special în care interacțiunea dintre oscilatoare este pulsatilă. Fiecare oscilator poate intra într-o stare excitată când emite un puls (semnal fizic). Acest semnal este primit de către alte oscilatoare din populație și ca urmare acestea își pot schimba frecvența de oscilație proprie.

O populație de oscilatoare cuplate prin puls pe o rețea 2D este considerată. Oscilatoare interacționează numai în cazul în care distanța dintre ele este mai mică decât o distanță dată. Puterea interacțiunii scade cu distanța la pătrat dintre celulele care interacționează.

Fiecare oscilator este compus din două părți: una care este un oscilator clasic integrate-and-fire, iar una care este sensibil la semnalul emis de alte oscilatoare și integrează semnalul primit.

În modelul propus, simulări extensive arată că o sincronizare totală a populației nu are loc. În schimb, în condiții speciale, precizate în Teză, apar fronturi de sincronizare care se propagă în populație.

*Capitolul 5* Un concept numit în Sistem Cascadă (Cascade System) este introdus în scopul modelării sistemelor complexe. Scopul principal al Cascade Systems este separarea conceptuală a aspectelor de calcul de interacțiunile dintre componentele sistemului. Acest lucru este realizat prin plasarea puterii de calcul în *noduri*, în timp ce interacțiunile sunt modelate ca *arce* care conectează nodurile.

Conceptul de Sistem Cascadă este utilizat pentru a construi un sistem format din module simple, similare, capabile să rezolve problema NP-completă Subset-Sum.

## 1.2 Contribuții originale

Principalele contribuții ale Tezei sunt următoarele:

- O nouă relație generativă care induce echilibrul Nash. Relația Generativă propusă se bazează pe conceptul de *cale ascendentă*, definită ca o secvență de substituții în strategii astfel încât payoffurile cresc monoton. O relație dominare între strategii este definită astfel încât o strategie domină o altă strategie dacă există o cale ascendentă dela prima la ceea din urmă. Este demonstrat faptul că această relație de dominare induce un echilibrul Nash al jocului în cauză.
- Este demonstrat faptul că Închiderea tranzitivă a unei relații generative este o relație generativă care induce același echilibru ca și relația originală.
- Este demonstrat empiric că prezentarea jocului Centipede în formă extinsă, spre deosebire de forma normală, crește probabilitatea de cooperare între jucători .
- Este propus un model de oscilatoare cuplate prin impuls pe o grila 2D. Modelul simulează unele proprietăți ale sistemelor naturale:
  - Puterea de interacțiune dintre oscilatoare scade cu pătratul distanței euclidiene.
  - Raza de interacțiune este limitată la o distanță maximă .
  - Mecanismul responsabil de frecvența proprie al unui oscilator este separat de mecanismul responsabil de interacțiunea dintre oscilatoare.

Rezultatele simulării numerice ale modelului propus indică faptul că apar unde de sincronizare în populația de oscilatoare în prezența unui zgomot în frecvențele proprii ale oscilatoarelor individuale.

- Este propus un model de calcul numit Sistem Cascadă (Cascade System). Modelul este folosit pentru a construi un sistem capabil să rezolve problema NP-completă subset-sum. Sistemul constă dintr-o colecție de module simple, similare, care lucrează în paralel. Simplitatea modulelor sugerează posibilitatea unei implementări hardware simplu cu ajutorul circuitelor de tip FPGA.

---

## Capitolul 2

# Relații Generative

## 2.1 Introducere

Teoria jocurilor necooperative oferă o cale de a modela interacțiunile strategice între jucători. Conceptul principal al teoriei jocurilor este conceptul de echilibru. Cel mai cunoscut tip de echilibru este echilibrul Nash [Nash, 1951]. Găsirea echilibrului Nash al unui joc este însă o problemă computațională grea.

O metodă de a caracteriza stările de echilibru al unui joc a fost introdus Lung și Dumitrescu [Lung and Dumitrescu, 2008], [Dumitrescu et al., 2009], în care un echilibru este asociat unei relații de dominare binare definită pe mulțimea perechilor de strategii ale jocului. O astfel de relație, numită Relație Generativă, definește o stare de echilibru al unui joc prin mulțimea elementelor nedominate. Această abordare face posibilă găsirea stărilor de echilibru al unui joc prin detectare mulțimilor nedominate folosind procedee de calcul evolutiv.

## 2.2 Noțiuni de bază

**Definition 1** *Un joc strategic finit necooperativ este definit ca*

$$G = (N, S, u_i), i = 1, \dots, n$$

unde

- $N$  este o mulțime de  $n$  jucători,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ;
- pentru fiecare jucător  $i \in N$ ,  $S_i$  reprezintă mulțimea acțiunilor posibile (strategii pure)
- $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$  este mulțimea tuturor stărilor posibile ale jocului
- un element din  $S$  este o strategie din joc
- pentru fiecare jucător  $i \in N$ ,  $u_i : S_i \rightarrow \mathbb{R}$  reprezintă funcția de câștig (payoff).



Fie  $s^*$  o strategie. Se denotează prin  $(s_{i_j}, s_{-i}^*)$  strategia obținută din  $s^*$  prin înlocuirea strategiei pure al jucătorului  $i$  cu  $s_{i_j}$ :

$$(s_{i_j}, s_{-i}^*) = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i_j}, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*).$$

## 2.3 Echilibrul Nash

Conceptul echilibrului Nash se bazează pe idea de stabilitate la devierile unilaterale ale jucătorilor de la strategia de echilibru. Nici un jucător nu are de câștigat dacă deviează unilateral de la strategia Nash.

Strategia  $s^*$  este un echilibru Nash dacă inegalitatea

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$$

este adevărată pentru fiecare acțiune  $s_i$  al jucătorului  $i$ ,  $s_i \in S_i$ .

## 2.4 Echilibru al strategiilor dominante

Conceptul de echilibru bazat pe dominare între strategii individuale într-un joc este considerat în [Gintis, 2009].

**Definition 2** Fie  $s'_i$  and  $s''_i$  strategii individuale pure ale jucătorului  $i$ . Strategia  $s'_i$  domină slab strategia  $s''_i$  dacă și numai dacă următoarea condiție este satisfăcută:

$$u_i(s'_i, s_{-i}) \geq u_i(s''_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$$

$$\exists s_{-i} \in S_{-i} : u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s''_i, s_{-i})$$

**Definition 3** Strategia  $s'_i$  domină strict strategia  $s''_i$  dacă și numai dacă următoarea condiție este satisfăcută:

$$u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s''_i, s_{-i})$$

pentru fiecare  $s_{-i} \in S_{-i}$ .

**Definition 4** Strategia  $s_i \in S_i$  este strict dominantă dacă  $s_i$  domină strict toate strategiile lui  $i$ .

**Definition 5** Un echilibru de strategie dominantă (DS) este o strategie  $s \in S$  astfel încât fiecare jucător joacă o strategie dominantă în  $s$ .

## 2.5 Relații Generative induse de măsuri de calitate

Relații Generative pentru un echilibru pot fi obținute prin introducerea unor măsuri de calitate ale strategiilor din joc. Relațiile de dominare între strategii se pot defini pe baza măsurilor de calitate.

### 2.5.1 Măsuri de calitate binare

Fie  $S$  mulțimea strategiilor. Considerăm funcția  $Q : S \times S \rightarrow \mathbb{R}$  care asociază o măsură de calitate fiecărei strategii.

Indicatorul de calitate relativa  $Q$  poate fi folosit pentru a defini o relație  $\leq_Q$  (or  $R_Q$ ) pe mulțimea strategiilor. Relația  $\leq_Q$  este definită ca

$$x \leq_Q y$$

dacă și numai dacă

$$Q(x, y) \leq Q(y, x)$$

O versiune mai puternică (strictă)  $<_Q$  poate fi definită ca:

$$x <_Q y$$

dacă și numai dacă

$$Q(x, y) < Q(y, x)$$

### 2.5.2 Măsuri de calitate unare

Considerăm funcția

$$A : S \rightarrow \mathbb{R}$$

care asociază o măsură de calitate unei strategii.

Definim relația  $\leq_A$  ca

$$x \leq_A y$$

dacă și numai dacă

$$A(x) \leq A(y)$$

Putem considera relația  $\leq_A$  ca o relație generativă care induce echilibrul  $E$ .

### 2.5.3 Caracterizarea echilibrelor prin relații generative

Fie  $R$  o relație binară pe mulțimea strategiilor  $S$ , i. e.  $R \in S \times S$ . Dacă  $(x, y) \in R$ , putem spune că strategia  $x$  domină  $y$  conform cu relația  $R$ .

Denotăm prin  $NDR$  mulțimea strategiilor nedominate conform cu relația  $R$ . Atunci avem:

$$NDR = \{s \in S, \nexists x \in S : (x, s) \in R\}$$

Considerăm un joc necooperativ finit  $G$ . Fie  $R$  o relație binară pe mulțimea  $S$  al strategiilor. Denotăm prin  $E^* \subset S$  starea de echilibru al jocului  $G$ .

**Definition 6** *Relația binară  $R$  este o relație generativă pentru echilibrul  $E^*$  dacă și numai dacă mulțimea strategiilor nedominate conform cu  $R$  este identic cu mulțimea  $E^*$  al strategiilor.*

### 2.5.4 Detectare echilibrelor prin metode evolutive

Metoda propusă se poate reprezenta prin următoarea schemă:

- Se stabilește o relație generativă pentru  $E$
- Se asignează o funcție de fitness relativ fiecărei perechi de strategii
- Se folosește un algoritm evolutiv bazat pe nedominare (ex NSGA)

### 2.5.5 O relație generativă structurală pentru echilibrul Nash

Să considerăm jocul  $G$  și două strategii  $a, b \in S$ . Să presupunem că există o cale de a transforma strategia  $b$  în  $a$  prin înlocuirea (pas cu pas) în  $b$  pozițiile corespunzătoare din  $a$ .

Notăm prin  $r_1, r_2, \dots, r_m$  pozițiile din  $b$  înlocuite prin pozițiile corespunzătoare din  $a$ . Pozițiile din  $a$  înlocuite în  $b$  sunt  $a_r1, a_r2, \dots, a_rm$ .

Numim  $p = (r1, r2, \dots, rm)$  o *cale de transformare* sau simplu *cale*.

O cale se numește *ascendantă* dacă pentru fiecare jucător  $r_i$  payofful acelui jucător crește prin fiecare pas elementar de transformare  $r_i, i = 1, \dots, m$ .

**Definition 7** *Fie  $a, b \in S$ . Spunem că strategia  $a$  domină strategia  $b$ , și scriem  $a < b$ , dacă și numai dacă există o cale ascendentă de la  $b$  la  $a$ . Notăm prin  $ND$  mulțimea strategiilor nedominated prin relația  $<$ , i.e.*

$$ND = \{x \in S | \nexists y \in S : y < x\}$$

Principalele rezultate referitoare la proprietățile relației  $<$  definite mai sus sunt date de următoarele propoziții, demonstrate în Teză.

**Proposition 1** *Fiecare strategie nedominată prin relația  $<$  este un echilibru Nash.*

**Proposition 2** *Fiecare strategie Nash este o strategie nedominată prin  $<$ .*

**Proposition 3** *Relația  $<$  este o relație generativă pentru echilibrul Nash al jocului.*

## 2.6 Inchiderea tranzitivă a relațiilor generative

Fie  $R$  o relație generativă pentru echilibrul  $E$ .

**Proposition 4** Pentru fiecare  $n \geq 1$ , dacă  $(a, b) \in R^n$  atunci există  $x$  astfel încât  $(x, b) \in R$ .

**Proposition 5** Dacă  $(a, b) \in R^+$  atunci există  $x$  astfel încât  $(x, b) \in R$ .

### 2.6.1 Inchiderea tranzitivă ca relație generativă

Următoarele propoziții sunt deonstrate în Teză:

**Proposition 6** Dacă  $R$  este o relație generativă intranzitivă al echilibrului  $E$  atunci închiderea tranzitivă  $R^+$  este deasemenea o relație generativă pentru  $E$ . Cu alte cuvinte, multimea  $NDR$  alstrategiilor nedominate în  $R$  este identica cu multimea strategiilor nedominate în  $R^+$ :

$$NDR = NRD^+ = E$$

---

## Capitolul 3

### Jocuri experimentale

Jocul Centipede introdus de Rosenthal este un joc bine studiat, iar rezultatele teoretice indică faptul că jucătorii ar trebui să joace echilibrul Nash.

Experimentele arată însă că, în general, oamenii nu joacă echilibrul Nash. Această discrepanță între teorie și practică necesită o explicație.

În aceasta teză este prezentat un experiment în care elevii joacă jocul Centipede în două configurații diferite: în forma normală și în forma extinsă.

Rezultatele experimentale indică faptul că persoanele care joacă jocul în forma normală folosesc strategii mai apropiate de Nash decât cei care joacă în forma extinsă.

#### 3.1 Jocul Centipede al lui Rosenthal

În acest joc fiecare jucător poate alege între două posibilități, fie să se oprească fie să continue jocul. În cazul în care jucătorul se oprește, are un câștig mai mare decât adversarul. În cazul în care jocul continuă, câștigurile posibile cresc, astfel încât chiar și jucătorul care pierde are un câștig mai mare decât dacă jocul s-ar fi terminat la început.

Structura jocului este prezentată în figura 3.1.

#### 3.2 Aranjament Experimental

Experimentele au fost efectuate în clasele unui liceu.

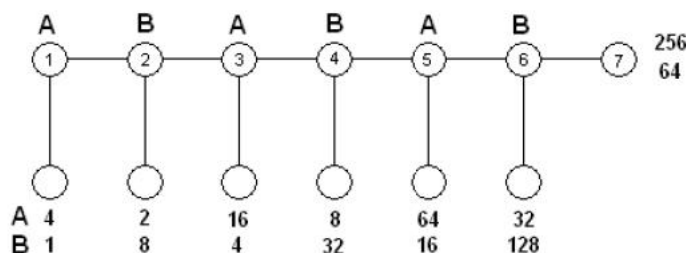


Figure 3.1: Two-player Centipede game

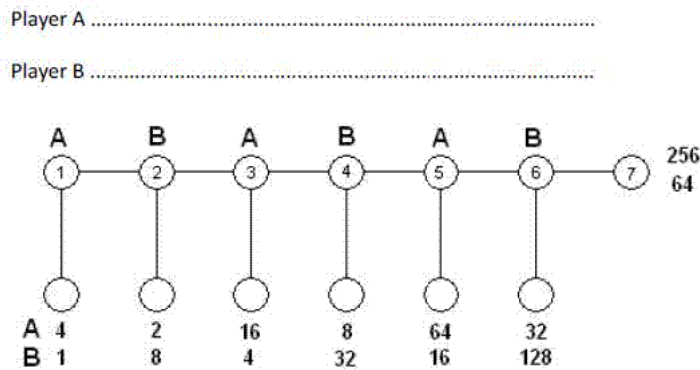


Figure 3.2: Formular pentru forma extensivă a jocului

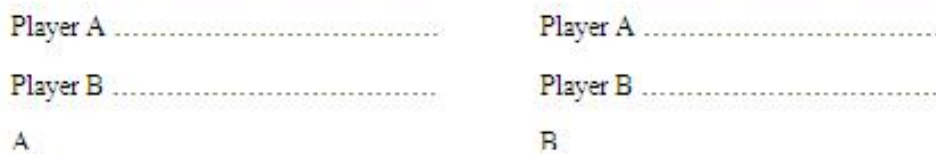


Figure 3.3: Formular pentru forma normală a jocului

Elevii au fost separați în două grupe egale A și B. Fiecare elev din grupa A a jucat unul sau mai multe jocuri împotriva elevilor din grupa B și vice-versa.

Înainte de a începe o rundă, elevii sunt aranjați prin schimbarea locurilor lor. Fiecarui elev este prezentat un formular, imprimat pe o hârtie pe care vor înregistra mutările lor.

Există două forme diferite imprimate, una pentru forma extinsă și una pentru forma normală a jocului. Aceste forme sunt prezentate în figurile ?? și ??.

Li se cere elevilor să scrie numele lor pe formulare. Când toți elevii sunt pregătiți pentru a începe să joace jocul curent, începutul rundeii este anunțată. Elevii încep să înregistreze mutările lor pe formularele furnizate.

Nu există limită de timp pentru o rundă, jucătorii au timp nelimitat pentru a lua decizii. După ce fiecare pereche de elevi a terminat jocul, formularele sunt colectate. Ordinea este schimbată, astfel încât fiecare elev este asociat cu următorul adversar, și o altă rundă este pornită.

Experimentul se termină după ce toate rundele sunt jucate.

### 3.3 Modul de desfășurare

Prima metodă de joc este în formă extinsă. În acest mod jucătorii aleg mutarea lor pe rând. Fiecare jucător face o alegere la fiecare pas, să termine jocul sau să treacă inițiativa adversarului. Mutarea făcută este înregistrată pe formularul dat la jucători prin marcarea mutării cu creionul. Jocul se termină la un maxim de 6 mutări.

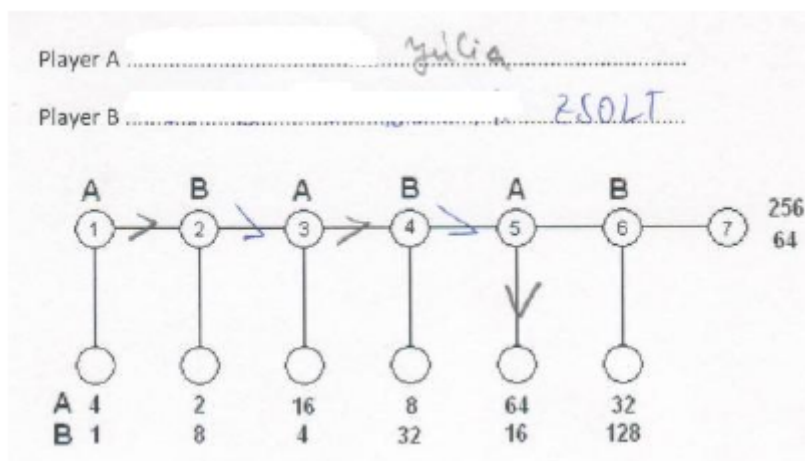


Figure 3.4: Formular completat pentru forma extensivă a jocului

Figure 3.5: Formular completat pentru forma normală a jocului

Cea de a doua metodă de joc este în formă normală. În acest mod, fiecare jucător trebuie să aleagă independent de celălalt jucător numărul de mutare la care dorește să termine jocul. Această alegere este ascunsă față de adversar. Jucătorul care a marcat indicele nodului mai mic este considerat câștigător. Evident, un jucător A poate marca doar numere impare și jucătorul B numai numere pare.

### 3.4 Rezultate experimentale

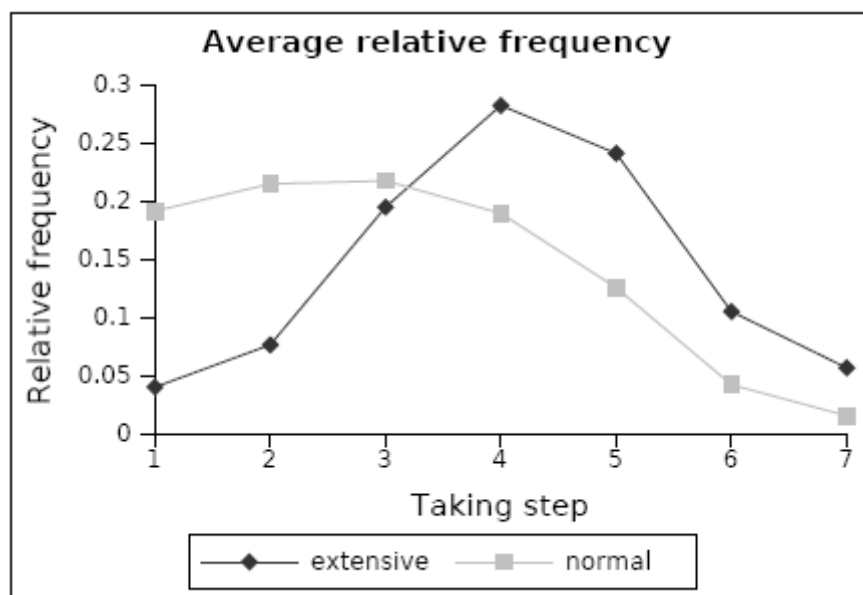
În total au fost jucate 1037 de jocuri, din care 474 iterativ (forma extinsă) și 563 non-iterativ (forma normală). Tabelul 3.6 prezintă numărul de experimente în fiecare clasă.

Datele referitoare la etapa în care elevii au încheiat jocul este rezumată în tabelul 3.7. Numărul mutării care a avut cea mai mare frecvență este indicată cu bold.

class	nr. of experiments
X.A	100
X.B	90
XI.A	81
XI.B	64
XI.C	56
XII.A	144
XII.B	132
XII.C	56
IX.A	182
IX.C	132

Figure 3.6: Experimente jucate în fiecare clasa

extensive	1	2	3	4	5	6	7
X.B	0.00	0.00	0.01	0.29	<b>0.43</b>	0.20	0.07
XI.B	0.06	0.14	<b>0.30</b>	0.27	0.19	0.03	0.02
XI.C	0.02	0.11	0.27	<b>0.29</b>	0.23	0.05	0.04
XII.B	0.09	0.06	0.19	<b>0.25</b>	0.24	0.11	0.06
IX.C	0.03	0.08	0.21	<b>0.33</b>	0.11	0.14	0.11
normal	1	2	3	4	5	6	7
X.A	0.15	0.15	0.19	<b>0.26</b>	0.17	0.08	0.00
XI.A	<b>0.25</b>	0.20	0.17	0.16	0.12	0.05	0.05
XII.A	0.29	<b>0.31</b>	0.26	0.10	0.03	0.01	0.01
XII.C	0.04	0.09	0.27	<b>0.34</b>	0.21	0.05	0.00
IX.A	0.24	<b>0.34</b>	0.20	0.09	0.09	0.02	0.02

Figure 3.7: Frecvențele relative ale mutărilor *take*Figure 3.8: Media frecvențelor relative cu care elevii au ales *take*



---

## Capitolul 4

# Emergența structurilor în populații de oscilatoare

### 4.1 Introducere

În acest capitol un model de oscilatoare cuplate prin impuls este propus. Comportarea unei populații de astfel de oscilatoare pe o rețea 2D este studiată experimental. În anumite modele de oscilatoare cuplate prin impuls studiate în literatură se observă un fenomen emergent de sincronizare totală a fazelor oscilatoarelor ([Mirolo and Strogatz, 1990],[Strogatz, 2000]). În modelul propus o astfel de sincrozinare totală nu se observă, în schimb, în anumite condiții descrise în Teză, se observă un fenomen emergent de sincronizare locală care se propagă prin rețea 2D sub forma unor fronturi de undă.

### 4.2 Modelul oscilatorului propus

În modelul propus un oscilator constă dintr-un oscilator clasic de tip “integrate-and-fire” cuplat cu un mecanism de sesizare a semnalelor provenite din mediu.

Starea internă al unui oscilator este reprezentat de variabilele (P, S, F):

- P, numit potențial sau fază, reprezintă valoarea curentă al integratorului de frecvență proprie
- S, numit semnal, reprezintă starea integratorului semnalului extern
- F, numită starea de saturație, este o valoare logică care arată dacă oscilatorul este saturat

Fiecare oscilator este caracterizat de următorii parametri:

- E, panta integratorului intern
- D, viteza cu care se descarca integratorul de semnal extern
- K, factorul de cuplaj între integratorul de semnal extern și potențial

### 4.2.1 Grid model

Oscilatoarele sunt aranjate pe o rețea bidimensională uniformă potențial infinită. În simulările folosite în partea experimentală dimensiunea rețelei este limitată. Modelul este simulat în timp discret: starea oscilatoarelor se schimbă la momente de timp discrete, numite generații.

În modelul propus distanța maximă de interacțiune între două oscilatoare este limitată. Această limită este numită raza de interacțiune și este notată cu  $R$ .

### 4.2.2 Modul de funcționare al oscilatoarelor

Un oscilator izolat funcționează ca un oscilator clasid tip integrate-and-fire. Potențialul  $P$  crește în timp proporțional cu parametrul  $E$ , până când ajunge la valoarea 1. În acest caz oscilatorul este în stare saturată ( $F$  are valoarea true). În următoarea generație  $P$  este resetat la zero. O celula este deci în saturație numai o singură perioadă.

Un oscilator aflat la o distanță  $d$  de un alt oscilator primește un semnal extern invers proporțional cu pătratul distanței. Această valoare este adăugată variabilei interne  $S$ . Variabila  $S$  descrește în timp proporțional cu  $D * S$ . Valoarea potențialului  $P$  este modificată cu  $K * S$ .

## 4.3 Rezultate experimentale

Comportarea populației de oscilatoare este studiată prin rularea simulației pentru diferite valori ale parametrilor  $E$ ,  $D$  și  $K$ . Experimental se observă două regimuri de funcționare, un regim de echilibru dinamic și un regim de sincronizare locală a fazelor oscilatoarelor.

În figurile care urmează fiecare oscilator este reprezentat de un punct (pixel) de culoare roșie cu intensitate proporțională cu faza oscilatorului ( $P$ ). Oscilatoarele în stare de saturație sunt reprezentate printr'o culoare mai deschisă.

### 4.3.1 Comportare în stare de echilibru dinamic

Acest mod de comportare se observă când parametri  $E$ ,  $D$  și  $K$  sunt inițializați la aceeași valoare pentru fiecare oscilator. Potențialul  $P$  este inițializat cu o valoare aleatoare uniform distribuită în intervalul  $[0, 1)$ .

În aceste condiții fazele oscilatoarelor rămân necorelate.

În figura 4.1 sunt prezentate exemple de stări tipice pentru acest regim de funcționare.

### 4.3.2 Emergența undelor de sincronizare

Acest mod de comportare se observă când parametri  $D$  și  $K$  sunt inițializați la aceeași valoare pentru fiecare oscilator, dar parametrul  $E$  este perturbat de un zgomot aleator. Potențialul  $P$  este inițializat cu o valoare aleatoare uniform distribuită în intervalul  $[0, 1)$ .

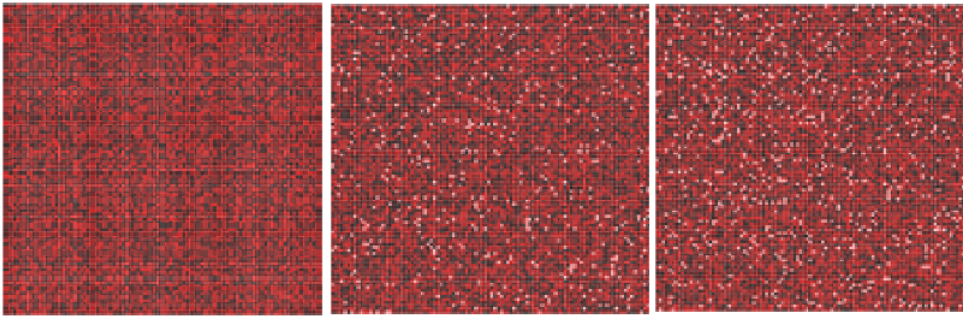


Figure 4.1: Population of 100 x 100 oscillators simulated with  $E = 0.05$ ,  $D = 0.7$ ,  $K = 0.1$  and  $Radius = 30$ .

Figura 4.2 prezintă o evoluție tipică a populației de oscilatoare pe un grid de 150 x 150 de celule.

Valorile parametrilor sunt  $E = 0.05$ ,  $D = 0.7$ ,  $K = 0.1$  și  $R = 30$ . Valoarea parametrului  $E$  este perturbat pentru fiecare oscilator cu o valoare aleatoare cu varianța  $[0, 0.005]$  în jurul valorii centrale de 0.05.

Dimensiunea unui grup local este de aceeași ordin de mărime cu raza de interacțiune  $R$ . Acest lucru este de așteptat, deoarece influența un oscilator nu se poate extinde mai departe de  $R$ .

Chiar și în interiorul unui grup, influența unei celule este limitată.

În cazul în care rețeaua este suficient de mică, numai un grup local nu se poate forma. În astfel de cazuri, după o mie de generații ciclul din grupul local stabilizează.

Dacă dimensiunea grilei este mult mai mare decât raza de interacțiune multe grupuri locale se pot forma.

O serie de imagini tipice pentru evoluția unei populații de oscilatoare de 800 x 800 celule este prezentată în figura 4.3.

Parametrii utilizați sunt :  $E = 0,05$ ,  $D = 0,7$ ,  $K = 0,1$  și  $R = 30$  iar  $E$  este perturbat cu  $[0, 0.005]$  în jurul valorii centrale.

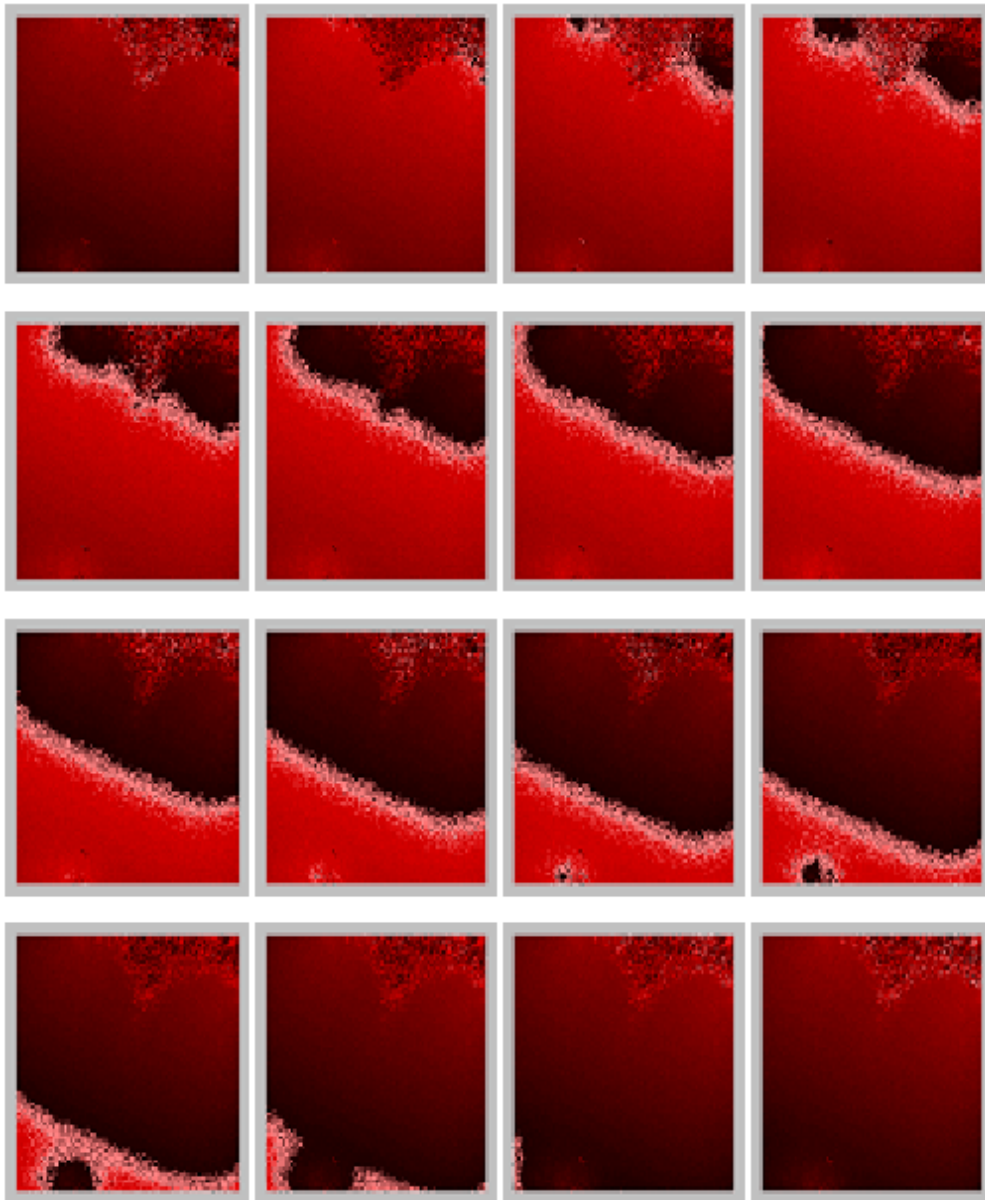


Figure 4.2: Sequence of a typical evolution of the oscillator population with perturbed  $E$  parameter. Setting:  $E = 0.05$ ,  $D = 0.7$ ,  $K = 0.2$ ,  $R = 30$ . The variance of the  $E$  parameter was set to 0.005.

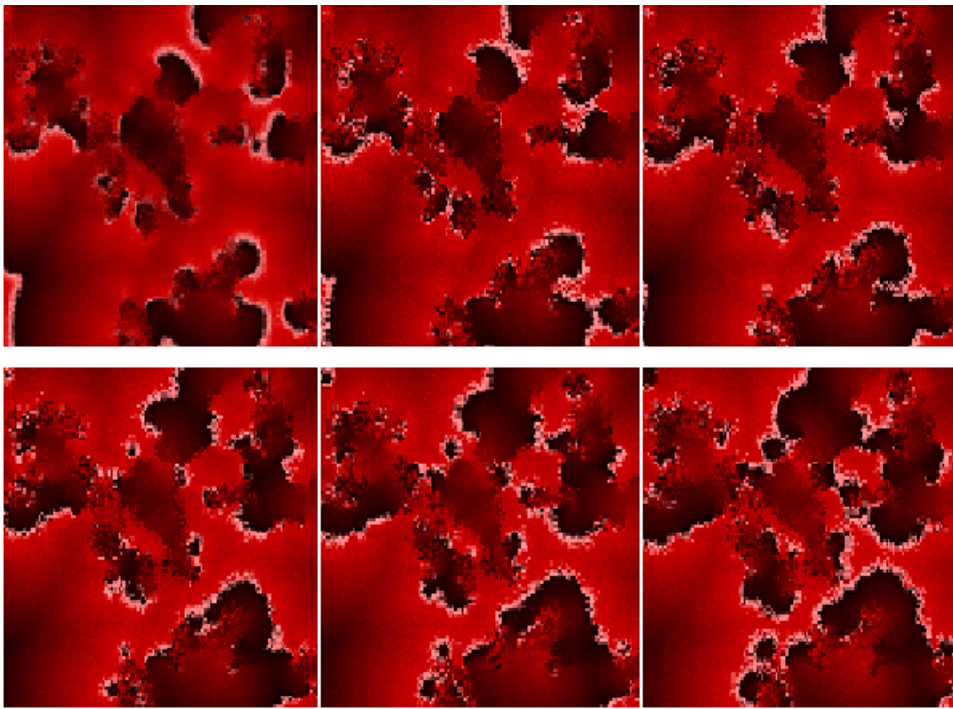


Figure 4.3: Consecutive states of an oscillator population of 800 x 800 cells. Setting:  $E = 0.05$ ,  $D = 0.7$ ,  $K = 0.2$ ,  $R = 30$ . The variance of the  $E$  parameter was set to 0.005. The formation of many local groups is visible.

---

## Capitolul 5

# Sisteme Cascadă

### 5.1 Introducere

O problemă este de tip NP (timp polinomial nedeterminist) dacă orice soluție dată a problemei poate fi verificată în timp polinomial. Problemele NP-complete formează un subset al problemelor NP, și includ de probleme la care orice altă problemă NP poate fi redusă printr-o transformare în timp polinomial.

Întrebarea dacă problemele NP-complete sunt rezolvabile într-un timp polinomial de către o Mașină Turing deterministă este o problemă deschisă, cunoscută sub numele de problema P versus NP.

Godel a susținut că o procedură care ar permite rezolvarea problemelor NP-complete în timp liniar sau pătratic ar avea consecințe de cea mai mare însemnătate:

“it would clearly indicate that [...] the mental effort of the mathematician in the case of yes-or-no questions could be completely replaced by machines” [Sipser, 1992].

Legătura dintre problemele NP-complete și realitatea fizică a fost de asemenea investigată. Întrebarea dacă problemele NP-complete pot fi rezolvate în timp polinomial prin utilizarea fenomenelor fizice poate oferi noi perspective asupra naturii [Aronson, 2005].

Se propune un nou concept de calcul numit Sistem Cascadă (Cascade System), cu scopul de a face față problemelor complexe.

### 5.2 System Cascadă

Un Sistem Cascadă este definit ca  $C = (N, A, S, F)$ , unde

- $N$  este o mulțime de noduri;
- $A \subseteq N \times N$  este o mulțime ordonată de arce, conectând noduri;
- $S$  este o mulțime nevidă de stări. Fiecare nod poate fi în una din stări într-un moment dat;
- $F$  este o mulțime de funcții de tranziție. Fiecare nod are o funcție de tranziție asociată  $f_n : S^{m+1} \rightarrow S$ , unde  $m$  este rangul de intrare (indegree) al nodului  $n$ .

Funcția de tranziție  $f_n$  în  $F$  este o funcție de aritate  $m + 1$ , unde  $m$  este rangul de intrare (indegree) al nodului  $n$  (numărul de arce care se termină în  $n$ ). Argumentele funcției  $f_n$  sunt stările predecesorilor nodului  $n$  și starea nodului  $n$ .

Dacă  $m > 0$  atunci ordinea argumentelor funcției de tranziție  $f_n$  este dată de ordinea arcelor definită de relația de ordine pe  $A$ .

### 5.2.1 Funcții de tranziție

Funcția de tranziție asociată unui nod poate fi orice funcție care mapează  $m + 1$  în  $S$ . Cazurile interesante sunt cele în care setul de funcții de tranziție se pot calcula ușor.

### 5.2.2 Particularizări și Turing-completitudine

Modelul general al Sistemului Cascadă poate fi particularizat la modele cunoscute modele de calcul, cum ar fi automate celulare, rețele neuronale și circuite logice.

Fiecare dintre modelele de calcul de mai sus este cunoscut pentru a fi capabil de a simula mașini Turing. Astfel, este evident că Cascade Systems poate simula, de asemenea, orice mașină Turing, astfel fiind Turing-complet.

### 5.2.3 Sistem Cascadă în timp discret

Un Sistem Cascadă în timp discret (discrete time Cascade System, DTCS) este un caz special de Sistem Cascadă în care timpul este considerat a fi discret. Stările tuturor nodurilor sunt actualizate în mod sincron în conformitate cu funcțiile de tranziție.

## 5.3 Rezolvarea problemei Subset-Sum prin DTCS

Problema Subset-Sum este o problemă importantă în clasa problemelor NP-complete. O metodă de a rezolva problema subset-sum cu ajutorul unui sistem cascadă este descrisă în secțiunile următoare.

### 5.3.1 Metode de rezolvare a problemei Subset-Sum

Problema Subset-Sum  $P = (A, Sum)$  se poate formula în felul următor:

- Fie  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  o mulțime de  $N$  numere întregi pozitive.  
Pentru o valoare data  $Sum$ , să se găsească o submulțime  $B \subseteq A$  astfel încât suma elementelor lui  $B$  să fie  $Sum$ .

O abordare clasică pentru rezolvarea problemei de decizie subset-sum este un algoritm de programare dinamică [Cormen et al., 2001].

Abordări pentru rezolvarea problemei subset-sum bazate pe "natural computing" sunt cunoscute ([Oltean and Muntean, 2009], [Leporati and Gutiérrez-Naranjo, 2008]).

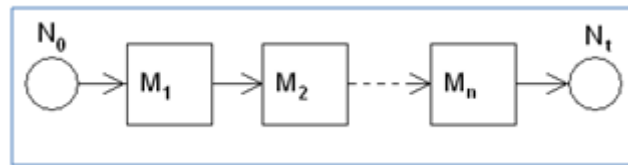
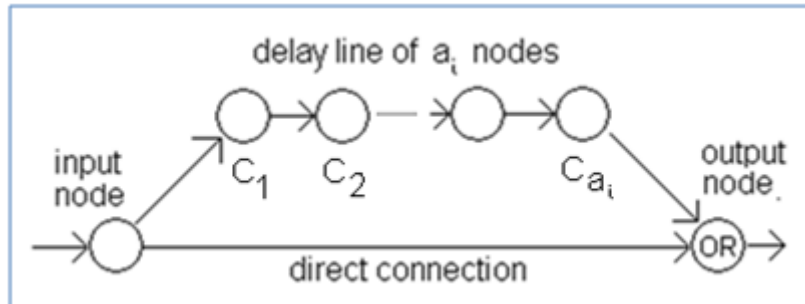


Figure 5.1: Modular structure of the subset-sum cascade system.

Figure 5.2: The module  $M_i$  of the subset-sum cascade system

### 5.3.2 Problema de decizie, Arhitectura sistemului

Un sistem Cascade în timp discret utilizând numai funcții de tranziție booleene este propus pentru a rezolva problema de decizie subset-sum.

Sistemul propus este capabil să decidă în timp polinomial (în ceea ce privește Sum) dacă există o soluție (problema de decizie) și pentru a detecta o soluție în mod eficient.

Sistemul cascada propus este o înlanțuire de module similare precedate de un nod de inițializare  $N_0$ . Ieșirea de la ultimul modul este conectat la un nod de test,  $N_{st}$  așa cum se arată în Figura ??.

Modelul propus de sistem are un modul  $M_i$  pentru fiecare element  $a_i \in A$ . Numărul nodurilor este  $a_i$ . integer The number of nodes in the delay line of the module  $M_i$  is exactly

Structura sistemului este prezentată în figura 5.2.

### 5.3.3 Detectarea unei soluții

În formularea obișnuită, problema subset-sum este o problemă de decizie, legat de întrebarea dacă suma necesară poate fi obținută prin însumarea unui subset de numere date. În caz de răspuns afirmativ, ne putem întreba cum se poate detecta mulțimea (mulțimile) care dă soluția.

Modulul propus poate fi extins pentru a detecta submulțimea din soluția problemei de decizie.

Fie  $X$  mulțimea soluțiilor pentru o problemă subset-sum  $P = (A, Sum)$ , iar  $x_1$  maximul celor mai mici elemente din soluție. Fie  $Y$  submulțimea în care  $x_1$  este cel mai mic element. Numere mai mici de  $x_1$  nu apar în nici un element al lui  $X$ . De aceea,  $Y$  este o soluție al problemei subset-sum  $(A \setminus \{x_1\}, Sum)$ . Dacă  $x_1$  este scos din  $A$ , problema subset-sum  $P$  nu are soluție.

Așadar  $x_1$  poate fi determinat prin eliminarea succesivă a celor mici elemente din



mulțimea A, până când problema nu mai are soluție;  $x_1$  va fi ultimul număr scos.

A scoate un număr din mulțimea A este echivalentă cu a scoate modulul corespunzător din sistemul DTCS. În acest fel  $x_1$  poate fi determinat prin scoaterea succesivă a modulelor din sistem, pînă cînd nu mai există soluție.

Următorul algoritm se poate folosi pentru a determina elementele soluției:

---

**Algorithm 1** Find a solution set of the subset-sum problem  $P(A, \text{Sum})$

---

```

if there is no solution for the subset-sum decision problem  $P(A, \text{Sum})$  then
    return Empty Set
end if
Solution = Empty Set
Sort A in ascending order
while A is not empty AND Sum is not zero do
    X = first element of A
    remove X from A
    if there is a solution for subset-sum decision problem  $P(A, \text{Sum})$  then
        add X to Solution
        Sum = Sum - X
    end if
end while
return Solution

```

---

## 5.4 Complexitatea modelului

### 5.4.1 Complexitatea temporală

Complexitatea în timp al soluției problemei de decizie subset-sum prin folosirea sistemului DTCS prezentat este  $O(\text{Sum})$ .

### 5.4.2 complexitatea spațială

Necesarul de spațiu (memorie) al sistemului DTCS prezentat este proportional cu numărul total de noduri (suma  $S_A$ , al tuturor elementelor din  $A + 2N + 2$ ).

deoarece în mod tipic  $S_A$  este mult mai mare decît N, complexitatea spațială al modelului s poate considera ca fiind  $O(S_A)$ .

---

## Capitolul 6

### Concluzii

Proprietățile Relațiilor Generative sunt studiate, în special tranzitivitatea, care este importantă pentru dezvoltarea unor metode evolutive eficiente de căutare a echilibrelor. Închiderea tranzitivă a unei relații generative induce același echilibru ca și relația originală, netranzitivă. Acest rezultat poate fi folosit în practică în domeniul metodelor evolutive de căutare a echilibrelor în jocuri. O nouă relație de dominare între strategii este definită astfel încât o strategie domină o altă strategie dacă există o cale ascendentă dela prima la cea din urmă. Este demonstrat faptul că această relație de dominare induce un echilibrul Nash al jocului în cauză.

O serie de experiențe efectuate demonstrează empiric că prezentarea jocului Centipede în formă extinsă, spre deosebire de forma normală, crește probabilitatea de cooperare între jucători .

Un nou model spațial de oscilatoare cuplate prin puls (pulse-coupled oscillators) este propus. Un aspect particular al acestui model este separarea clară a mecanismului responsabil de frecvența intrinsecă al unui oscilator de mecanismul responsabil de interacțiunile dintre oscilatoare. Experimente numerice indică faptul că, în anumite condiții, unde de sincronizare apar în populația de oscilatoare. Rezultatul cel mai interesant al acestui studiu este că o condiție necesară pentru apariția de unde de sincronizare este prezența zgomotului în frecvențele intrinseci ale oscilatoarelor.

Conceptul de Sistem Cascadă (Cascade System) este introdus ca un model generalizat de calcul. Se arată modul în care acest model poate fi particularizat în modelele familiare de circuite logice , rețele neuronale și automate celulare. Modelul este folosit pentru a construi un sistem capabil să rezolve problema NP-completă subset-sum. Sistemul constă dintr-o colecție de module simple, similare, care lucrează în paralel. Simplitatea modulelor sugerează posibilitatea unei implementări hardware simplu cu ajutorul circuitelor de tip FPGA.

---

## Bibliografie

- [A. Bartha, 2011] A. Bartha, D. Dumitrescu, M. C. (2011). Identificarea partilor sumei pentru probleme np complete de tip subset-sum folosind un dispozitiv electronic digital. [1](#)
- [Aaronson, 2005] Aaronson, S. (2005). Guest column: Np-complete problems and physical reality. *SIGACT News*, 36(1):30–52. [19](#)
- [Bartha and Dumitrescu, 2011] Bartha, A. and Dumitrescu, D. (2011). Perturbation in population of pulse-coupled oscillators leads to emergence of structure. *International Journal of Computers Communications & Control*, 6(2):222–226. [1](#)
- [Cormen et al., 2001] Cormen, T., Leiserson, C., Rivest, R., and Stein, C. (2001). *Introduction To Algorithms*. MIT Press. [20](#)
- [D. Dumitrescu, 2011] D. Dumitrescu, A. Bartha, M. C. (2011). Procedeu pentru rezolvarea problemei np complete subset-sum. [1](#)
- [Dumitrescu et al., 2009] Dumitrescu, D., Lung, R. I., and Mihoc, T. D. (2009). Generative Relations for Evolutionary Equilibria Detection. In *Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO'09, pages 1507–1512. ACM. [5](#)
- [Dumitrescu et al., 2010] Dumitrescu, D., Lung, R. I., Nagy, R., Zaharie, D., Bartha, A., and Logofătu, D. (2010). Evolutionary Detection of New Classes of Equilibria: Application in Behavioral Games. In *Proceedings of the 11th international conference on Parallel problem solving from nature: Part II*, Lecture Notes in Computer Science, pages 432–441, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. [1](#)
- [Gintis, 2009] Gintis, H. (2009). *Game Theory Evolving: A Problem-Centered Introduction to Modeling Strategic Interaction (Second Edition)*. Princeton University Press. [6](#)
- [Leporati and Gutiérrez-Naranjo, 2008] Leporati, A. and Gutiérrez-Naranjo, M. A. (2008). Solving subset sum by spiking neural p systems with pre-computed resources. *Fundam. Inf.*, 87(1):61–77. [20](#)
- [Lung and Dumitrescu, 2008] Lung, R. I. and Dumitrescu, D. (2008). Computing Nash Equilibria by Means of Evolutionary Computation. *Int. J. of Computers, Communications & Control*, 6:364–368. [5](#)

- [M. Cremene, 2011] M. Cremene, A. Bartha, D. D. (2011). Dispozitiv electronic pentru rezolvarea problemei np complete subset-sum. [1](#)
- [Mirollo and Strogatz, 1990] Mirollo, R. E. and Strogatz, S. H. (1990). Synchronization of pulse-coupled biological oscillators. *SIAM J. Appl. Math.*, 50(6):1645–1662. [3](#), [14](#)
- [Nash, 1951] Nash, J. (1951). Non-Cooperative Games. *The Annals of Mathematics*, 54(2):286–295. [5](#)
- [Oltean and Muntean, 2009] Oltean, M. and Muntean, O. (2009). Solving the subset-sum problem with a light-based device. 8(2):321–331. [20](#)
- [Sipser, 1992] Sipser, M. (1992). The history and status of the p versus np question. In *Proceedings of the twenty-fourth annual ACM symposium on Theory of computing*, STOC '92, pages 603–618, New York, NY, USA. ACM. [19](#)
- [Strogatz, 2000] Strogatz, S. H. (2000). From kuramoto to crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 143:1 – 20. [14](#)