



UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI
BABEȘ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITÄT
BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY
TRADITIO ET EXCELLENTIA

**UNIVERSITATE BABEȘ-BOLYAI
FACULTATEA DE PSIHOLOGIE ȘI ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI
ȘCOALA DOCTORALĂ “DIDACTICĂ. TRADIȚIE, DEZVOLTARE,
INOVAȚIE”**

PHD THESIS

**Învățarea colaborativă a matematicii bazată pe
proiecte: lecții create de elevi care integrează
interese personale și contexte din viața reală**

Coordonator

Prof. dr. Iuliana ZSOLDOS-MARCHIS

Doctoral student

Einav OR (LONDON)

2025

Abstract

Educația matematică în era modernă se confruntă cu o dublă provocare: îmbunătățirea performanțelor elevilor și, în același timp, stimularea implicării, interesului și gândirii creative. Cercetările arată că mulți elevi percep învățarea matematicii ca pe un proces tehnic și abstract, lipsit de relevanță personală, ceea ce duce adesea la scăderea motivației și la atitudini negative față de această disciplină (Boaler, 2016; Schoenfeld, 2016).

Acest studiu propune o abordare alternativă de proiectare a lecțiilor de matematică pentru clasa a X-a în Israel, punând accent pe colaborarea dintre elevi, învățarea personalizată și integrarea tehnologiei. Abordarea este fundamentată pe Învățarea Bazată pe Proiecte (Project-Based Learning – PBL), care s-a dovedit a îmbunătăți înțelegerea profundă a elevilor, abilitățile de rezolvare a problemelor și percepția relevanței matematicii în viața reală (Blumenfeld și colab., 1991; Krajcik & Shin, 2014).

O inovație esențială a acestei cercetări este implicarea activă a elevilor în co-proiectarea planurilor de lecție împreună cu profesorii. Aceasta se aliniază cu modelele de învățare centrate pe elev, care subliniază autonomia și responsabilitatea personală în procesul de învățare (Weimer, 2013; Deci & Ryan, 2000). Mai mult, studiul ia în considerare atât aspectele cognitive, cât și cele emoționale ale învățării matematicii, demonstrând cum implicarea personală în conținut poate îmbunătăți atitudinea elevilor față de această disciplină (Goldin, 2000).

Mediul de învățare consolidează și mai mult această abordare, facilitând trasee de învățare personalizate, sporind colaborarea și îmbunătățind experiența generală a elevilor (Bower, 2017). Prin urmare, această cercetare își propune să exploreze potențialul acestor strategii inovatoare pentru a îmbunătăți experiențele de învățare matematică ale elevilor, a crește gradul de implicare și a cultiva plăcerea de a studia această disciplină.

Cercetările viitoare se vor concentra pe dezvoltarea profesională a cadrelor didactice, sustenabilitatea programului și fezabilitatea integrării acestei abordări în sistemul educațional israelian.

Cuvinte-cheie: Educație matematică, Implicarea elevilor, Învățare bazată pe proiecte (PBL), Învățare personalizată, Învățare centrată pe elev, Colaborare profesor-elev, Atitudini față de matematică, Anxietatea matematică.

Cuprins

Cuprins	3
Lista figurilor	5
Lista tabelelor	6
Capitolul 1. Atitudinea față de matematică	10
1.1. Dimensiunile atitudinii față de matematică	10
1.2. Factori care influențează atitudinea față de matematică	11
1.3. Importanța atitudinii în învățarea matematicii	12
Capitolul 2. Impactul competențelor transdisciplinare și al strategiilor de predare asupra dezvoltării programului SMART	13
2.1. Competențe transversal în matematică	13
2.2. Învățarea autoreglată	13
2.3. Design Thinking	14
2.4. Strategii de predare pentru învățarea activă a matematicii	14
2.5. Învățarea prin proiecte (PBL) în matematică	15
2.6. Instrumente digitale pentru învățarea matematicii	15
2.7. Contribuții la programul SMART	15
Capitolul 3. Studiul 1 - Explorarea practicilor de predare a matematicii în Israel: abordările și strategiile profesorilor	17
3.1. Convingerile profesorilor și abordările didactice	17
3.2. Metodologie	17
3.3. Rezultate și constatări-cheie	17
3.4. Discuții și implicații	20
Capitolul 4. Study 2 – Experimentarea învățării colaborative bazate pe proiecte în matematică: proiecte create de elevi care integrează interese personale și contexte din lumea reală	21

4.1. <i>Introducere</i>	21
4.2. <i>Dezvoltarea programului de intervenție SMART</i>	21
4.3. <i>Efectul intervenției pilot asupra atitudinilor elevilor</i>	23
4.4. <i>Opinia elevilor despre programul SMART</i>	24
4.5 <i>Concluzii</i>	26
Capitolul 5. Studiul 3 – Experimentarea eficacității programului de intervenție bazat pe proiectele dezvoltate de elevi -----	27
5.1. <i>Introducere</i>	27
5.2. <i>Metodologie</i>	27
5.3 <i>Rezultate principale</i>	27
5.4 <i>Discuții și contribuții</i>	29
5.5 <i>Concluzii</i>	31
Capitolul 6. Concluzii -----	33
6.1. <i>Dimensiunea emoțională și social a învățării</i>	33
6.2. <i>Implicații pedagogice</i>	34
6.3. <i>Limitări și direcții pentru cercetări viitoare</i>	34
6.4. <i>Reflecții finale</i>	35
Bibliografie -----	37

Lista figurilor

Figura 1. Structura teoretică a programului SMART	22
Figura 2. Rezultatele atitudinii elevilor față de matematică la pretest și posttest.	24
Figura 3. Feedbackul elevilor referitoare la programul pilot SMART (procente de răspunsuri).	25
Figura 4. Schimbarea atitudinii elevilor față de matematică (Pre- vs. Posttest, SMART Program)	28
Figura 5. Distribution of improvement across dimensions	29
Figura 6. Structura conceptuală a programului SMART.....	30

Lista tabelelor

Tabel 1. Plăcerea de a predă matematica.....	19
Tabel 2. Dimensiuni tematice ale experiențelor profesorilor în predarea matematicii	19
Tabel 3. Proiecte dezvoltate de către studenți	22

Întroducere

Educația matematică în liceele israeliene se confruntă în prezent cu provocări semnificative, în special în ceea ce privește motivația elevilor, implicarea acestora și relevanța percepută a disciplinei în viața lor de zi cu zi. Un număr considerabil de elevi întâmpină dificultăți în a corela conceptele matematice cu experiențele personale, interesele sau aspirațiile lor viitoare. Această deconectare este amplificată de o cultură a instruirii care tinde să acorde prioritate învățării mecanice, fluenței procedurale și performanței la evaluările de mare importanță, în detrimentul cultivării creativității, a învățării bazate pe investigație și a abilităților autentice de rezolvare a problemelor. Ca urmare, elevii percep adesea matematica drept o disciplină abstractă și îndepărtată, ceea ce le diminuează motivația intrinsecă și potențialul de a-i aprecia aplicabilitatea în viața reală.

În ciuda reformelor curriculare din ultimii ani, menite să modernizeze instruirea și să o alinieze competențelor secolului XXI, sălile de clasă de matematică din Israel rămân adesea concentrate pe transmiterea unui conținut predefinit și pe pregătirea elevilor pentru examene standardizate (Leikin & Levav-Waynberg, 2007). Această focalizare restrânsă limitează oportunitățile elevilor de a se angaja în gândire de ordin superior, de a-și dezvolta intuiția matematică sau de a explora dimensiunile estetice și emoționale ale matematicii ca disciplină umanistă. Presiunea de a finaliza programa, în special pe traseele de nivel înalt, descurajează inovația și cercetarea aprofundată, accentuând ruptura dintre matematică și experiențele de viață ale elevilor.

Evaluările internaționale, precum Programul pentru Evaluarea Internațională a Elevilor (PISA) al OECD, evidențiază tendințe similare în diferite sisteme educaționale. Rezultatele PISA arată constant că alfabetizarea matematică a elevilor este strâns legată de relevanța percepută a matematicii pentru situațiile din viața reală și de măsura în care elevii se simt împuterniciți în procesul lor de învățare (OECD, 2019a). În țările în care predarea matematicii este mai strâns conectată cu contexte reale și interesele elevilor, aceștia tind să manifeste niveluri mai ridicate de implicare și motivație, precum și performanțe mai bune la evaluări.

Literatura recentă în educația matematică subliniază potențialul transformator al pedagogiilor active, centrate pe elev. Abordările care integrează contexte reale, conexiuni interdisciplinare și oportunități de explorare colaborativă s-au dovedit a spori motivația elevilor, înțelegerea conceptuală și retenția pe termen lung (Boaler, 2016). Prin

împuternicirea elevilor de a avea un rol mai activ în procesul de învățare, aceste abordări pot cultiva un sentiment de autonomie și responsabilitate, esențial pentru dezvoltarea unor atitudini pozitive față de matematică.

Totuși, în contextul israelian, mai multe bariere structurale și sistemice împiedică adoptarea pe scară largă a unor astfel de pedagogii. Acestea includ volumul ridicat de muncă al profesorilor, așteptările curriculare rigide, timpul limitat pentru planificare interdisciplinară și lipsa dezvoltării profesionale axate pe designul didactic inovator (Barber & Mourshed, 2007). Mai mult, imaginea tradițională a matematicii ca disciplină obiectivă și abstractă descurajează adesea integrarea dimensiunilor personale sau emoționale în predarea sa.

Având în vedere aceste provocări, această teză explorează o abordare alternativă a predării matematicii avansate, fundamentată pe convingerea că interesele personale, experiențele și capacitățile creative ale elevilor pot constitui puncte de intrare puternice în gândirea matematică. Cercetarea investighează modul în care co-crearea planurilor de lecție împreună cu elevii, pe baza unor teme cu semnificație personală pentru aceștia, poate remodela relația lor cu matematica și le poate îmbunătăți motivația, implicarea și conexiunea emoțională cu disciplina. Teza este compusă din trei studii complementare:

Studiul 1 – Explorarea practicilor de predare a matematicii în Israel: abordările și strategiile profesorilor. Acest studiu urmărește să investigheze metodele pe care profesorii le folosesc pentru a cultiva o atitudine pozitivă față de matematică, pentru a stimula creativitatea elevilor și pentru a implementa instruirea diferențiată pe baza cunoștințelor, competențelor și intereselor individuale. Datele au fost colectate printr-un chestionar compus în principal din întrebări deschise. Răspunsurile au fost analizate calitativ, folosind analiza tematică. Rezultatele selectate au fost ulterior integrate în dezvoltarea programului de intervenție SMART.

Studiul 2 – Experimentarea învățării colaborative bazate pe proiecte în matematică: proiecte create de elevi ce integrează interese personale și contexte din viața reală. Acest studiu exploratoriu a fost realizat cu un grup restrâns de elevi de liceu care au participat la sesiuni private de meditații. Elevii, lucrând în grupuri, au fost invitați să dezvolte proiecte sau idei de proiecte în modelul învățării bazate pe probleme (PBL) pentru teme matematice predate în clasa a X-a, pornind de la interesele lor. În aceste proiecte, ei au integrat concepte matematice cu interesele personale, precum muzica, arta, sportul sau moda. Acest proces colaborativ a urmărit să exploreze modul în care implicarea elevilor în conceperea

conținutului lecțiilor le influențează sentimentul de apartenență, implicarea și creativitatea în învățarea matematicii. Eficacitatea programului de intervenție asupra atitudinii față de matematică a fost măsurată. De asemenea, au fost realizate interviuri cu elevii pentru a obține o perspectivă mai profundă asupra eficienței programului și pentru a le asculta opiniile despre aceste proiecte colaborative. Pe baza proiectelor dezvoltate de elevi și a feedbackului lor privind programul de intervenție, dar și a răspunsurilor profesorilor din studiul 1, au fost elaborate planuri de lecție pentru o intervenție desfășurată la clasă.

Studiul 3 – Experimentarea eficienței programului de intervenție bazat pe proiectele dezvoltate de elevi. Pornind de la concluziile studiilor 1 și 2, intervenția din studiul 2 a fost extinsă la nivel de clasă. Pe baza proiectelor realizate de elevi în studiul 2 a fost elaborat un set de 10 planuri de lecție, iar o cercetare cvasi-experimentală, cu grup experimental și de control, a fost organizată pentru a examina aplicabilitatea mai largă a abordării și pentru a evalua impactul acesteia asupra atitudinilor elevilor față de matematică într-un mediu școlar formal.

Împreună, studiile 2 și 3 oferă o înțelegere stratificată a modului în care o instruire personalizată, bazată pe interese, poate fi utilizată pentru a reimagina predarea matematicii într-o manieră emoțională, intelectual stimulantă și social colaborativă. Rezultatele sugerează că atunci când elevilor li se oferă oportunitatea de a explora matematica prin prisma pasiunilor și experiențelor lor cotidiene, aceștia dezvoltă o relație mai pozitivă și mai autonomă cu disciplina. Printre rezultatele raportate s-au numărat creșterea plăcerii de a învăța, un sentiment mai puternic de relevanță, reducerea anxietății matematice și o disponibilitate mai mare de a persevera în sarcini de rezolvare a problemelor.

În cele din urmă, această teză contribuie la discursul actual privind inovația în educația matematică, propunând un cadru pentru proiectarea unor experiențe de învățare semnificative și motivante. Ea subliniază necesitatea de a-i privi pe elevi nu doar ca pe niște receptori pasivi ai cunoștințelor matematice, ci ca pe niște co-creatori activi ai unor medii de învățare care rezonază cu identitatea, valorile și aspirațiile lor. Procedând astfel, teza pledează pentru o schimbare pedagogică, reimaginând matematica nu doar ca o disciplină a logicii și preciziei, ci și ca un limbaj al expresiei de sine, al cercetării creative și al conexiunii umane.

Capitolul 1. Atitudinea față de matematică

Atitudinile față de matematică reprezintă un construct complex, care cuprinde dimensiuni cognitive, afective și comportamentale ce influențează modul în care elevii percep, experimentează și reușesc în această disciplină (Di Martino & Zan, 2010). Ele reflectă disponibilitatea elevilor de a se angaja în conținutul matematic, reacțiile lor emoționale la experiențele matematice și încrederea de a depăși provocările. O literatură de specialitate consistentă a evidențiat factori-cheie precum plăcerea, valoarea, motivația, auto-eficacitatea și anxietatea drept dimensiuni critice care modelează atitudinile matematice ale elevilor (Ma & Kishor, 1997; Zan & Di Martino, 2007). Aceste atitudini au implicații profunde asupra performanței academice, persistenței și disponibilității elevilor de a urma studii avansate sau cariere în domenii STEM (OECD, 2013; Wigfield & Eccles, 2000). În timp ce atitudinile pozitive stimulează motivația și performanța, cele negative se manifestă adesea prin comportamente de evitare, scăderea rezultatelor și intensificarea anxietății (Hannula, 2002).

1.1. Dimensiunile atitudinii față de matematică

Una dintre cele mai centrale dimensiuni este plăcerea, care acționează ca un factor afectiv al implicării. Elevii care experimentează bucurie, curiozitate și satisfacție în procesul de învățare a matematicii sunt mai predispuși să persevereze atunci când se confruntă cu provocări și să se angajeze mai profund în sarcinile de rezolvare a problemelor (Hannula, 2002; Lepper, Corpus & Iyengar, 2005). Practici pedagogice precum învățarea bazată pe proiecte (PBL), învățarea cooperativă și aplicațiile în contexte reale s-au dovedit a crește plăcerea și a aprofunda înțelegerea conceptuală (Boaler, 2016; Barron & Darling-Hammond, 2008).

O altă componentă-cheie este valoarea percepută a matematicii, care determină dacă elevii consideră disciplina ca fiind intrinsec stimulativă, utilă practic sau semnificativă personal pentru succesul lor (Eccles & Wigfield, 2002; Watt, 2004). Conexiunile explicite dintre matematică și contexte din viața reală, mai ales prin abordări interdisciplinare, îi consolidează utilitatea și sporesc implicarea pe termen lung (Schoenfeld, 2016).

Motivația joacă, de asemenea, un rol central, iar motivația intrinsecă, alimentată de curiozitate și interes personal, se dovedește a fi un predictor mai puternic al învățării

profunde decât motivația extrinsecă, precum notele sau recompensele externe (Deci & Ryan, 2000; Middleton & Spanias, 1999). Mediile de învățare centrate pe elev, care promovează autonomia și relevanța personală, s-au dovedit a îmbunătăți semnificativ motivația (Fredricks, Blumenfeld & Paris, 2004; Dweck, 2006).

Strâns legată este și auto-eficacitatea, definită ca percepția elevilor asupra propriei capacități de a reuși la matematică. O auto-eficacitate ridicată susține încrederea, perseverența și utilizarea unor strategii adaptive de rezolvare a problemelor, în timp ce o auto-eficacitate scăzută favorizează evitarea și anxietatea (Bandura, 1997; Pajares & Graham, 1999). Strategiile pedagogice care pun accent pe mentalitatea de creștere (growth mindset), feedback constructiv și oportunități de a atinge stăpânirea conținutului sunt esențiale pentru dezvoltarea încrederii elevilor (Schunk & Pajares, 2002; Zimmerman & Schunk, 2011).

În același timp, anxietatea matematică reprezintă o barieră critică. Cercetările arată că anxietatea afectează negativ memoria de lucru, performanța și perseverența, creând adesea un cerc vicios al evitării și eșecului (Ashcraft, 2002; Maloney & Beilock, 2017).

Intervențiile eficiente includ sprijinul emoțional, PBL, strategiile de tip growth mindset și învățarea asistată de tehnologie, care împreună reduc anxietatea și încurajează reziliența (Boaler, 2016; Blikstein, 2013; Dweck, 2006).

1.2. Factori care influențează atitudinea față de matematică

Atitudinile față de matematică sunt modelate de metodele de predare, influența profesorilor, sprijinul parental și contextul cultural. Pedagogiile centrate pe elev, inclusiv învățarea bazată pe investigație (IBL) și învățarea bazată pe proiecte (PBL), îmbunătățesc atitudinile prin stimularea curiozității și a relevanței (Boaler, 2016; Schoenfeld, 2016). Profesorii joacă un rol esențial în cultivarea mentalității de creștere (growth mindset), sprijinirea învățării colaborative și modelarea perseverenței (Dweck, 2006; Slavin, 2014). Credințele părinților despre matematică, în special entuziasmul sau anxietatea, influențează puternic percepțiile de sine ale copiilor și nivelul lor de implicare (Gunderson et al., 2012; Maloney & Beilock, 2012). Narațiunile culturale mai largi despre matematică, privită ca o disciplină rezervată doar celor „talentați”, pot întări stereotipurile și descuraja participarea, în special în rândul grupurilor subreprezentate (Steele, 1997; Else-Quest, Hyde & Linn, 2010).

1.3. Importanța atitudinii în învățarea matematicii

Relația reciprocă dintre atitudine și performanță a fost subliniată constant: atitudinile pozitive sporesc perseverența, motivația și reușita, în timp ce cele negative consolidează evitarea și subperformanța (Ma & Kishor, 1997; Hannula, 2002). Auto-eficacitatea și anxietatea rămân factori deosebit de influenți. O auto-eficacitate ridicată promovează reziliența și performanța (Bandura, 1997), în timp ce anxietatea matematică subminează funcționarea cognitivă și încrederea în sine (Ashcraft, 2002; Maloney & Beilock, 2012). Prin urmare, strategiile pedagogice care pun accent pe investigație, colaborare și relevanța în viața reală sunt esențiale pentru cultivarea unor atitudini pozitive durabile (Boaler, 2016).

1.4. Atitudinea față de matematică ale elevilor de liceu din Israel

În Israel, matematica ocupă o poziție prestigioasă și cu miză ridicată în educație, în special în cadrul traseului de 5 unități, care funcționează ca o poartă de acces către oportunități academice și profesionale avansate (Yuliani et al., 2019; Serin, 2023). Deși acest sistem motivează elevii cu performanțe înalte, el generează și o presiune intensă care adesea conduce la anxietate, evitare și un nivel scăzut al auto-eficacității (Dan & Benovich, 2023; Ashcraft & Krause, 2007).

Disparitățile de gen persistă, băieții raportând adesea un nivel mai ridicat de încredere în sine, în ciuda unor rezultate similare la învățătură. Implicarea părinților este esențială în reducerea anxietății și stimularea implicării, mai ales în rândul elevilor proveniți din medii socio-economice defavorizate (Vukovic, Roberts, & Green Wright, 2013). Abordările inovatoare, precum învățarea bazată pe proiecte și platformele educaționale susținute de tehnologie, s-au dovedit promițătoare în îmbunătățirea atitudinilor, însă implementarea lor rămâne inconstantă (Anderson, 2020; Blikstein, 2013).

Reformele sistemice care promovează mentalitatea de creștere (growth mindset), încurajează formarea profesorilor în pedagogii centrate pe elev și extind accesul echitabil la traseele avansate sunt vitale pentru transformarea atitudinilor. Prin abordarea presiunii academice, a așteptărilor culturale și a disparităților sociale, sistemul educațional israelian poate crea o cultură matematică mai incluzivă, care să cultive reziliența, încrederea și implicarea pe termen lung (Mizrahi & Gal, 2016; Boaler, 2016).

Capitolul 2. Impactul competențelor transdisciplinare și al strategiilor de predare asupra dezvoltării programului SMART

În dezvoltarea programului SMART, un accent central este pus pe integrarea competențelor transversale, adesea denumite competențe ale secolului XXI, împreună cu învățarea autoreglată (SRL), gândirea de tip design, strategiile pedagogice active și utilizarea tehnologiilor digitale. Aceste dimensiuni sunt împletite pentru a crea o abordare dinamică, centrată pe elev, a educației matematice, care să stimuleze implicarea, creativitatea și reziliența într-o lume aflată într-o continuă schimbare.

2.1. Competențe transversal în matematică

Competențele transversale sunt capacități transdisciplinare care rămân esențiale în ciuda evoluției continue a cunoștințelor tehnice (Defined Learning, 2023). În matematică, ele se manifestă sub forma gândirii critice, colaborării, comunicării, creativității, adaptabilității și conștientizării globale. De exemplu, gândirea critică și rezolvarea de probleme îi încurajează pe elevi nu doar să rezolve sarcini, ci și să analizeze procesele care conduc la soluții (Anderson & Krathwohl, 2001; Hattie & Timperley, 2007). În mod similar, colaborarea și comunicarea, subliniate în cadre internaționale (Binkley et al., 2012), îi ajută pe elevi să își articuleze raționamentele și să construiască în comun înțelegerea.

Alfabetizarea tehnologică este astăzi la fel de indispensabilă, OECD (2018) subliniind importanța pregătirii elevilor pentru a utiliza instrumente digitale în modelarea și vizualizarea ideilor matematice. Creativitatea, odinioară considerată străină matematicii, este tot mai recunoscută ca fiind centrală pentru inovație (Binkley et al., 2012). În cele din urmă, conștientizarea globală și culturală plasează matematica în contextul provocărilor mai ample, precum schimbările climatice, sistemele economice și echitatea socială (Schleicher, 2018).

2.2. Învățarea autoreglată

Învățarea autoreglată este prezentată ca un proces ciclic de stabilire a obiectivelor, monitorizare, reflecție și adaptare (Zimmerman, 2001; Schunk & Zimmerman, 2012).

Elevii care își reglează învățarea manifestă o persistență și o autonomie mai mare, în special la matematică, unde este necesar un efort susținut (Pintrich, 2000). Lucrările recente subliniază importanța unor abilități precum autoeficacitatea (Schunk & Zimmerman, 1994), automonitorizarea (Winne & Hadwin, 1998) și adaptabilitatea (Hadwin, Järvelä & Miller, 2011). Panadero (2017) evidențiază învățarea autoreglată ca fundație a învățării pe tot parcursul vieții, în timp ce Deci și Ryan (2000) accentuează aspectele motivaționale care îi determină pe elevi să ducă la bun sfârșit sarcinile chiar și în absența recompenselor externe. În cadrul programului SMART, învățarea autoreglată le oferă cursanților puterea de a-și asuma responsabilitatea pentru propriul progres, aliniindu-se cu obiectivul mai larg de a cultiva gânditori independenți.

2.3. Design Thinking

dezvoltată inițial în domeniile designului și ingineriei, este acum aplicată pe scară largă în educație (Brown, 2009; Liedtka, 2015). Ea oferă un cadru iterativ și centrat pe utilizator, alcătuit din cinci etape: empatizare, definire, generare de idei, prototipare și testare (Plattner et al., 2009). În contexte educaționale, această metodologie îi ajută pe elevi să conecteze abstracțiunile matematice cu probleme autentice, stimulând creativitatea și rezolvarea de probleme (Razzouk & Shute, 2012). Accentul pus pe empatie asigură relevanța proiectelor, iar prototiparea iterativă permite perfecționarea continuă. În cadrul programului SMART, gândirea de design nu este doar o metodă, ci și o filozofie: îi poziționează pe elevi ca co-designeri ai propriei învățări.

2.4. Strategii de predare pentru învățarea activă a matematicii

Teoriile constructiviste și socioculturale (Piaget, 1950; Vygotsky, 1978) oferă baza teoretică pentru învățarea activă a matematicii. Învățarea prin investigație (Inquiry-Based Learning) (Bruner, 1961; Artigue & Blomhøj, 2013) le permite elevilor să formuleze ipoteze, în timp ce Învățarea prin probleme (Problem-Based Learning) (Lave & Wenger, 1991; Hmelo-Silver, 2004) îi implică în provocări din lumea reală. Învățarea prin proiecte (Project-Based Learning) (Dewey, 1938; Capraro & Slough, 2013) extinde acest proces către investigații pe termen lung, cultivând colaborarea și raționamentul aplicat. Învățarea prin cooperare (Slavin, 1995; Crouch & Mazur, 2001) subliniază rolul dialogului și al predării reciproce între colegi, în timp ce clasele inversate (flipped classrooms) (Bloom,

1956; Bergmann & Sams, 2012) maximizează timpul din clasă pentru activități de ordin superior, utilizând platforme digitale (Redecker, 2017). Împreună, aceste strategii oferă multiple căi pentru implicare activă și se aliniază cu spiritul programului SMART.

2.5. Învățarea prin proiecte (PBL) în matematică

Cercetările evidențiază PBL ca o pedagogie transformatoare (Blumenfeld et al., 1991; Barron et al., 1998). Aceasta îi angajează pe elevi în sarcini autentice ce necesită raționament matematic și colaborare (Krajcik & Blumenfeld, 2006). Studiile arată că PBL favorizează o înțelegere conceptuală mai profundă (Boaler, 1997, 2002), motivația (Hmelo-Silver, 2004) și perseverența (Darling-Hammond et al., 2008). Deși există provocări precum practicile de evaluare (Shepherd, 1998) și pregătirea profesorilor (Hmelo-Silver et al., 2007), PBL rămâne centrală pentru formarea elevilor în abilități de rezolvare a problemelor și gândire critică.

2.6. Instrumente digitale pentru învățarea matematicii

Instrumentele digitale, de la sistemele de algebră computerizată până la platformele adaptive bazate pe inteligență artificială, au remodelat predarea matematicii (Hoyles & Lagrange, 2009; Drijvers et al., 2010). Ele oferă feedback imediat, permit vizualizarea conceptelor abstracte și sprijină diferențierea (Pierce & Stacey, 2010). Simulările digitale fac legătura între teorie și aplicațiile din lumea reală (Kaput & Roschelle, 2013), iar analizele educaționale (learning analytics) susțin predarea bazată pe date (Ruthven, Hennessy & Deane, 2008). În ciuda provocărilor privind echitatea și formarea (Noss & Hoyles, 1996), tehnologia joacă un rol esențial în avansarea viziunii programului SMART pentru medii de învățare adaptive și incluzive.

2.7. Contribuții la programul SMART

Prin integrarea competențelor transversale, a învățării autoreglate, a gândirii de design, a strategiilor de învățare activă, a PBL și a instrumentelor digitale, acest capitol demonstrează coerența teoretică și inovația practică a programului SMART. El pune accentul pe crearea unor medii centrate pe elev, în care matematica devine relevantă, atractivă și semnificativă social. Aceste abordări îi pregătesc pe elevi nu doar pentru succes

academic, ci și pentru o participare pe termen lung la rezolvarea provocărilor complexe globale.

Capitolul 3. Studiul 1 - Explorarea practicilor de predare a matematicii în Israel: abordările și strategiile profesorilor

Acest studiu a examinat abordările și strategiile utilizate de profesorii de matematică din Israel, cu accent pe convingerile lor, practicile didactice și modalitățile prin care favorizează implicarea elevilor, creativitatea și atitudinile pozitive față de matematică.

3.1. Convingerile profesorilor și abordările didactice

Cercetările subliniază importanța convingerilor profesorilor și rolul acestora în modelarea experiențelor elevilor în matematică (Moore, 2007). Profesorii care mențin așteptări ridicate și oferă încurajare îi ajută pe elevi să depășească percepțiile negative despre sine și să își dezvolte autoeficacitatea (Tomlinson & Eidson, 2003; Tomlinson & Strickland, 2005). Instruirea personalizată a reieșit ca o temă centrală, reflectând recunoașterea faptului că obiectivele de învățare, conținutul și ritmul ar trebui adaptate la nevoile fiecărui elev (Pane et al., 2015; Fensham et al., 2016). Profesorii au subliniat flexibilitatea, reflecția și deschiderea ca trăsături esențiale pentru construirea unor clase incluzive (Bekcer, 2016).

3.2. Metodologie

Studiul a fost realizat în 2021 pe un eșantion de 200 de profesori de matematică din Israel. Cercetarea s-a bazat pe o abordare mixtă, combinând chestionare și interviuri semi-structurate. Participanții au inclus profesori de matematică cu experiență din licee. Datele au fost analizate tematic, ceea ce a permis identificarea unor tipare și concepte recurente. Colectarea datelor s-a făcut printr-un chestionar structurat care a inclus informații demografice, itemi pe scală Likert și întrebări deschise. Eșantionul a reprezentat o gamă largă de experiență didactică (2–55 ani, $M = 23,06$) și vârstă (22–72 ani, $M = 49,82$). Majoritatea participanților au fost femei (61,5%), iar aproape toți au avut calificări academice, cei mai mulți deținând o diplomă de master.

3.3. Rezultate și constatări-cheie

Analizele cantitative și calitative au evidențiat mai multe perspective importante asupra experiențelor și abordărilor profesorilor:

3.3.1. Plăcerea de a preda matematica

Majoritatea profesorilor au raportat un nivel ridicat de satisfacție în predarea matematicii ($M = 4,88$, $SD = 0,33$). Mulți au subliniat entuziasmul și pasiunea ca factori centrali ai practicii lor, confirmând rezultatele lui Frenzel et al. (2009) privind rolul emoțiilor profesorilor în implicarea elevilor.

3.3.2. Promovarea atitudinilor pozitive

Profesorii au pus accent pe relevanța matematicii în viața elevilor prin aplicații din lumea reală și conexiuni interdisciplinare, în concordanță cu concluziile lui Boaler (2016). Strategii ludice precum jocurile, ghicitorile și „escape rooms” au fost utilizate frecvent (Blumenfeld et al., 1991). Atenția personalizată, încurajarea și reducerea fricii de matematică au fost de asemenea evidențiate, în linie cu teoria mentalității de creștere (growth mindset) a lui Dweck (2006).

3.3.3. Demonstrând valoarea matematicii

Profesorii au raportat strategii care leagă matematica de aplicații practice, cariere viitoare și dezvoltare cognitivă. Exemplele includ educația financiară, interpretarea graficelor și aplicarea matematicii la probleme sociale precum pandemia de COVID-19. Aceste strategii sunt în acord cu literatura care subliniază alfabetizarea matematică drept esențială pentru viața civică și luarea deciziilor (Freudenthal, 1991; Eccles & Wigfield, 2002; OECD, 2019).

3.3.4. Încurajarea creativității

Creativitatea a fost stimulată prin flexibilitatea în rezolvarea problemelor, investigații deschise și învățarea bazată pe proiecte. Profesorii au încurajat multiple căi de soluționare și gândirea divergentă, conform lui Leikin (2009) și Liljedahl et al. (2021). Jocurile și activitățile ludice au apărut, de asemenea, ca un instrument puternic pentru explorarea creativă (Bragg, 2007).

3.3.5. Personalizare și diferențiere

Personalizarea a fost realizată prin atenție individuală, sarcini diferențiate, instruire în grupuri mici și integrarea instrumentelor digitale. Aceste practici reflectă modelul lui Tomlinson (2014) de instruire diferențiată și noțiunea de zonă a dezvoltării proxime a lui Vygotsky (1978). Profesorii au subliniat că adaptarea nu doar îmbunătățește rezultatele academice, ci reduce și anxietatea și crește încrederea elevilor (Black & Wiliam, 2009; Suprayogi, Valcke & Godwin, 2017).

Unul dintre rezultatele cantitative centrale ale studiului se referă la plăcerea profesorilor de a preda matematica. Răspunsurile au fost măsurate utilizând o scală Likert de la 1 (deloc) la 5 (foarte mult). Rezultatele au indicat un nivel ridicat de satisfacție, cu o variație foarte mică între răspunsuri.

Tabel 1. Plăcerea de a preda matematica

Dimensiunea	Media (M)	Abaterea standard (SD)
Plăcerea de a preda matematica	4.88	0.33

Așa cum reiese din tabelul de mai sus, profesorii au demonstrat un nivel foarte ridicat de satisfacție în predarea matematicii ($M = 4,88$, $SD = 0,33$). Acest lucru sugerează că entuziasmul și pasiunea au fost factori motivaționali centrali pentru practica lor, în acord cu cercetările anterioare care subliniază rolul emoțiilor profesorilor în stimularea implicării elevilor.

Tabel 2. Dimensiuni tematice ale experiențelor profesorilor în predarea matematicii

Dimensiune	Descriere
Schimbarea abordărilor didactice	Tranziția către practici centrate pe elev, care pun accent pe investigație, colaborare și creativitate.
Îmbunătățirea motivației elevilor	Creșterea curiozității și a implicării atunci când lecțiile se conectează la contexte reale.
Provocări în implementare	Bariere precum lipsa timpului și adaptarea programelor existente..
Contribuția la înțelegerea matematicii	Dezvoltarea unei înțelegeri conceptuale mai profunde și a abilităților de rezolvare a problemelor

3.4. Discuții și implicații

Acest studiu evidențiază profesorii de matematică din Israel ca practicieni pasionați și reflexivi, care pun accent pe învățarea centrată pe elev. Profesorii au raportat că găsesc plăcere în predarea matematicii, plăcere pe care au asociat-o cu crearea unor medii de clasă atractive și sprijinitoare. O temă centrală a fost personalizarea prin atenție individuală, sarcini diferențiate și metode flexibile, menite să îmbunătățească rezultatele învățării și să reducă anxietatea față de matematică.

Profesorii au subliniat, de asemenea, importanța demonstrării valorii matematicii prin conectarea acesteia la contexte reale, precum educația financiară, tehnologia și problemele societale. Creativitatea a fost încurajată prin investigații deschise, flexibilitate în rezolvarea problemelor și strategii de învățare ludice, care au sprijinit motivația și o înțelegere conceptuală mai profundă.

Per ansamblu, constatările reflectă practici de predare care echilibrează obiectivele academice cu sprijinul emoțional și motivațional. Deși aceste practici se aliniază cu bunele practici din cercetarea educațională, o limitare a studiului este că nu a investigat cât de frecvent profesorii au aplicat metodele descrise. Aceste perspective au constituit baza pentru dezvoltarea programului SMART, prezentat în Capitolul 4.

Capitolul 4. Study 2 – Experimentarea învățării colaborative bazate pe proiecte în matematică: proiecte create de elevi care integrează interese personale și contexte din lumea reală

4.1. Introducere

Acest studiu pilot explorează aplicarea învățării colaborative bazate pe proiecte în matematică, în rândul elevilor de clasa a X-a din Israel. Programul SMART a fost conceput pentru a integra interesele personale ale elevilor cu contexte din lumea reală, având ca obiectiv stimularea motivației, a creativității și a implicării mai profunde în matematică. Fundamentat pe învățarea bazată pe proiecte (Thomas, 2000), învățarea personalizată (Tomlinson, 2014) și principiile constructiviste (Vygotsky, 1978; Lave & Wenger, 1991), programul le-a permis elevilor să co-creeze planuri de lecții și proiecte care reflectă pasiunile lor, abordând în același timp concepte matematice de bază.

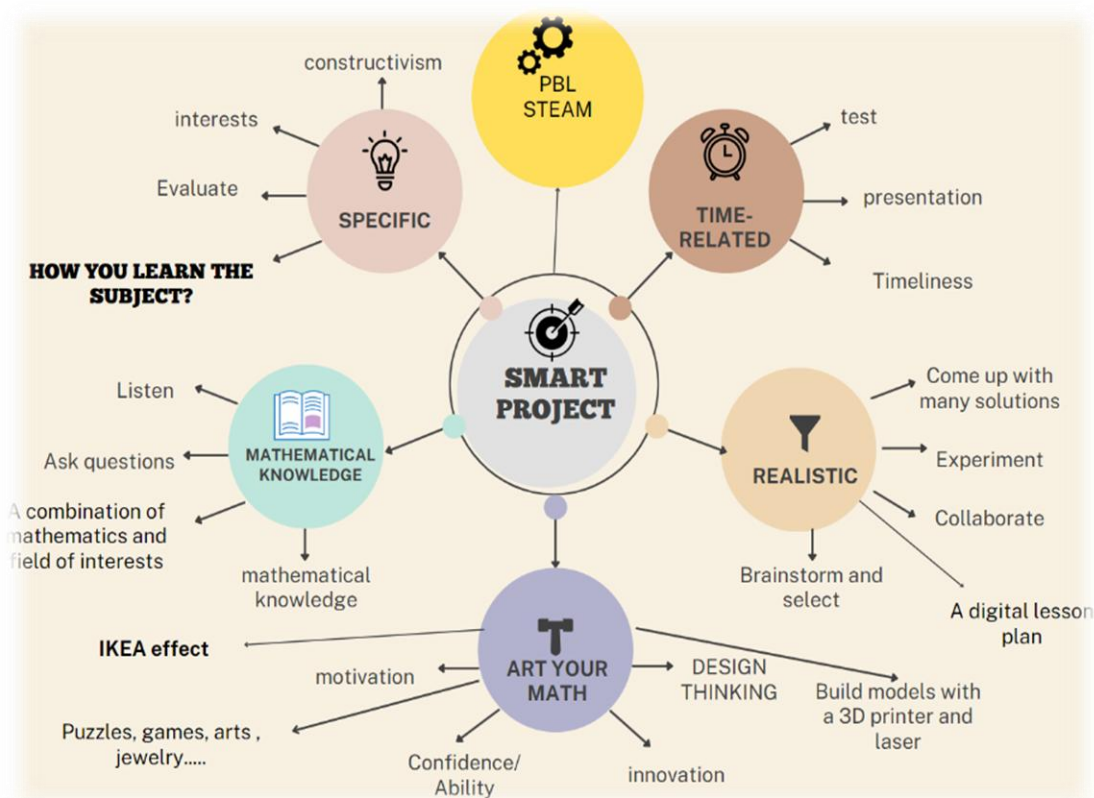
4.2. Dezvoltarea programului de intervenție SMART

Ideea principală a programului de intervenție SMART este ca elevii să redacteze proiecte sau idei de proiecte în modelul învățării bazate pe probleme (PBL), pentru teme matematice predate la clasa a X-a, pornind de la interesele lor. Programul este destinat matematicii de clasa a X-a, în special nivelurilor avansate. SMART combină matematica cu designul, știința și tehnologia. Învățarea în acest mod s-a dovedit a contribui la o înțelegere aprofundată și la accentuarea învățării autentice și relevante, derivată din universul elevului (Pellegrino & Hilton, 2012).

În timpul lecțiilor, elevii trebuiau să ridice probleme autentice, să discute soluții posibile, să genereze idei suplimentare pentru proiecte legate de interesele lor, să aleagă o soluție, să proiecteze un produs care să contribuie la această soluție și să desfășoare o investigație utilizând instrumente științifice.

Pentru a descrie ideea SMART, în Figura 1 este prezentată structura teoretică a programului.

Figura 1. Structura teoretică a programului SMART



Elevii au lucrat colaborativ în grupuri, alegând liber tema proiectelor, pe baza intereselor membrilor grupului. De asemenea, și-au ales liber subiectul matematic integrat în proiecte, iar în multe cazuri a fost nevoie și de cunoștințe din alte discipline. Cercetătorul a oferit doar mediul de învățare, instrumentele necesare și îndrumare, la cerere.

Tabelul 3 oferă o prezentare generală a diverselor proiecte prin care elevii au aplicat principii matematice în domenii aliniate intereselor lor personale. Aceste proiecte au constituit baza pentru elaborarea a zece planuri de lecție inovatoare, care au fost utilizate în cercetarea cvasi-experimentală prezentată în Capitolul 5.

Tabel 3. Proiecte dezvoltate de către studenți

Titlul proiectului	Concepte matematice	Interes personal al elevului	Aplicație în lumea reală
Matematica în jocuri: jocul de domino	Calcul diferențial și integral, Geometrie	Instrucțiuni pentru jocul de domino și teoria matematică	Industria designului de jocuri, utilizarea imprimării 3D sau teoria design thinking
Construind viitorul: Cărți	Geometrie, Algebră,	Planificarea creativă a întrebărilor scurte, revizuirea testelor,	Dezvoltarea de sarcini creative și

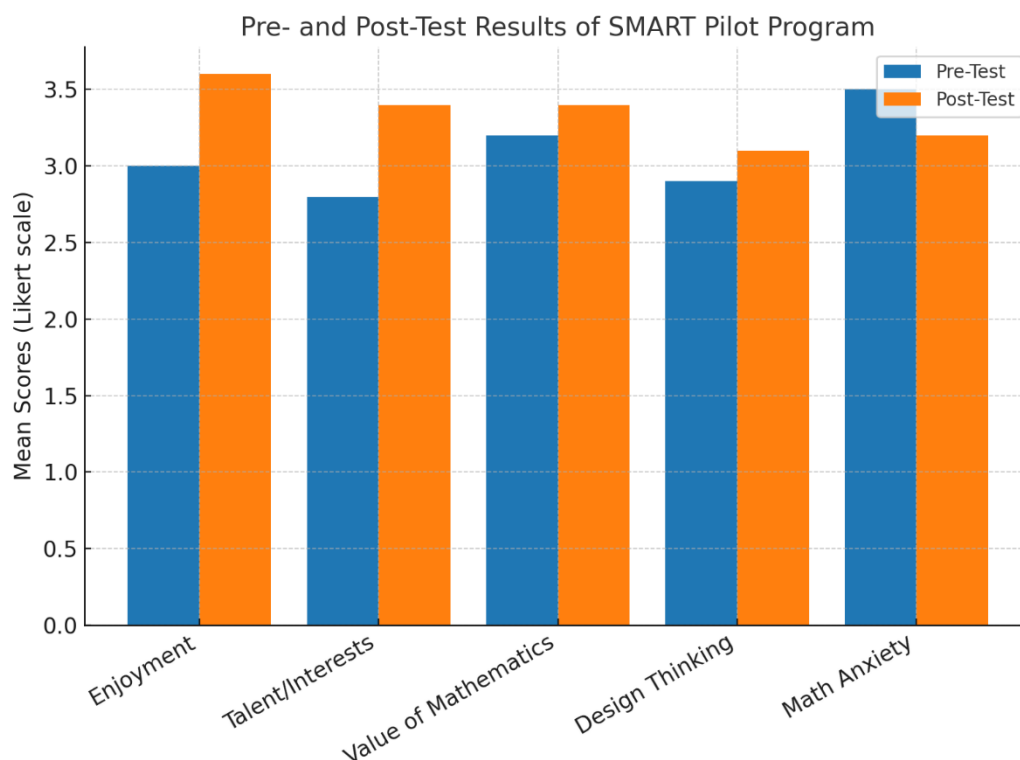
contra matematicii	Raționament spațial	antrenarea memoriei și gândirii matematice pentru recuperarea rapidă a răspunsurilor	originale, design sustenabil
Misterul Casei Vrăjitoarei – Escape room – matematică și probabilitate	Probabilitate, Statistică, Combinatorică	Jocuri video, design de jocuri	Dezvoltare de jocuri, optimizarea strategiilor
Statistici sportive: Ai condiție fizică?	Statistică, medii, probabilitate	Sport, performanță atletică	Analiza sportivă, managementul echipelor
Modă și geometrie: design de bijuterii cu trigonometrie și geometrie	Geometrie, Simetrie, Trigonometrie	Design vestimentar	Modă și design
Arta ta matematică – Pitagora lui Nicole	Relații, proporții, trigonometrie – matematică îmbinată cu arta	Trigonometrie și mediu, matematică în artă	Artă și tehnologie, construcție de modele, puzzle-uri, jocuri
Conexiunea dintre matematică și fizică	Algoritmi, variabile, funcții	Informatică, programare, design de sisteme integrate	Dezvoltare software interdisciplinară
Trigonometrie, matematică și construcție de modele	Trigonometrie, geometrie, măsurători, rapoarte	Artă, arhitectură	Arhitectură și design
Matematica muzicii și dansului: crearea unui cântec pe TikTok	Coordonare, antrenament al memoriei, utilizarea formulelor	Arte vizuale, dans, coregrafie	Artă și design, creativitate și originalitate
Serii ingineresti: premiul Sisa	Caracterizarea seriilor, legi, formulă generală, termen general	Investigare, descoperirea regularităților, scriere matematică	Modelarea creșterii și descreșterii, serii finite și infinite, algoritmi pentru termeni generali

4.3. Efectul intervenției pilot asupra atitudinilor elevilor

Studiul a fost realizat în 2022 cu 25 de elevi dintr-o clasă de matematică de nivel 5 unități (clasa a X-a) din Haifa, Israel. Un chestionar privind atitudinea față de matematică a fost administrat înainte și după intervenție. Instrumentul a inclus 44 de itemi, împărțiți pe șase dimensiuni: plăcere, valoarea matematicii, talent și interese, anxietate matematică, gândire de design și lucru colaborativ. Fiabilitatea a fost ridicată (Cronbach's $\alpha > 0,80$). Analiza

statistică a arătat îmbunătățiri semnificative la plăcere ($t(24) = -1,89, p < .05$) și talent/interese ($t(24) = -2,36, p < .05$). Au fost observate schimbări pozitive, dar ne semnificative statistic, în ceea ce privește valoarea matematicii, gândirea de design și reducerea anxietății.

Figura 2. Rezultatele atitudinii elevilor față de matematică la pretest și posttest.



4.4. Opinia elevilor despre programul SMART

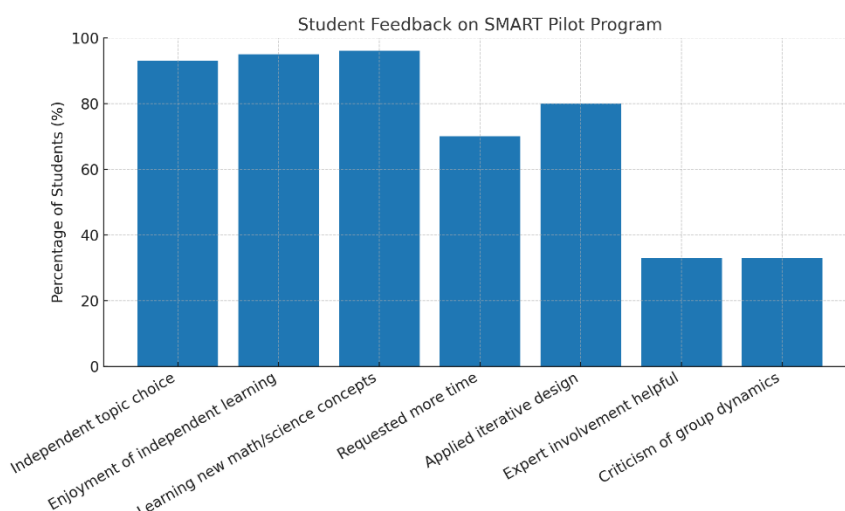
Date calitative au fost colectate prin 15 interviuri. Rezultatele au arătat:

- **Limitări de timp:** 70% au cerut mai mult timp pentru îmbunătățirea proiectelor.
- **Implicarea experților:** 33% au considerat facilitarea de către experți foarte utilă; alții au remarcat o ghidare matematică limitată.
- **Alegere independentă:** 93% și-au ales singuri temele proiectelor, ceea ce a crescut sentimentul de apartenență și motivația intrinsecă.
- **Dezvoltarea produselor:** 80% au aplicat modele de design iterativ, unii concentrându-se pe soluții practice cu costuri reduse.
- **Competențe:** Elevii au dezvoltat abilități de investigație, competențe tehnologice (Excel, Canva, Rhino7, imprimare 3D) și abilități de comunicare. 96% au raportat

că au învățat concepte noi matematice/științifice, iar proiectele le-au îmbunătățit discursul și reflecția critică.

Elevii au exprimat niveluri ridicate de plăcere, creativitate și învățare independentă. Deși mulți au apreciat munca în echipă, aproximativ o treime au criticat dinamica grupului (contribuții inegale). Per ansamblu, 95% au apreciat oportunitățile de învățare independentă, creativitatea și integrarea intereselor personale.

Figura 3. Feedbackul elevilor referitoare la programul pilot SMART (procente de răspunsuri).



Graficul din Figura 3 arată distribuția răspunsurilor elevilor privind experiențele lor în programul SMART. Majoritatea au exprimat o satisfacție ridicată pentru alegerea independentă a temelor (92%) și plăcerea învățării independente (95%), ceea ce indică succesul programului în promovarea autonomiei și a motivației intrinseci. Similar, 93% au raportat că au învățat concepte noi de matematică și știință, demonstrând eficiența programului în integrarea conținutului disciplinar cu abordări inovatoare, centrate pe elev.

O parte semnificativă a elevilor a solicitat mai mult timp (70%), reflectând natura solicitantă a muncii independente și dorința de implicare mai profundă. În plus, 80% au aplicat strategii iterative de design, ceea ce subliniază rolul programului în promovarea creativității, rezolvării de probleme și rezilienței prin cicluri de încercare și îmbunătățire. Totodată, implicarea experților a fost considerată utilă de 33% dintre elevi, sugerând potențial pentru extinderea interacțiunilor elev-expert în implementări viitoare. Cu toate acestea, aproximativ 32% au exprimat critici legate de dinamica grupului, semnalând nevoia de strategii de sprijin pentru participare echitabilă.

4.5 Concluzii

Constatările din interviurile aprofundate sugerează că, deși programul SMART a fost, în general, un succes, există încă aspecte ce necesită îmbunătățire. În mod specific, este nevoie de o definire mai clară a obiectivelor proiectului, a produsului final așteptat și a criteriilor de evaluare. Elevii au declarat, într-o mare măsură, că și-au dezvoltat competențe legate de cercetare, precum planificarea proiectelor, formularea ipotezelor, căutarea informațiilor și învățarea de concepte noi științifice și matematice – abilități strâns aliniate cu obiectivele educației secolului XXI.

Cu toate acestea, aproximativ 25% dintre elevi au raportat că au avut puțină sau deloc experiență în construirea unui prototip fizic al produsului lor. Mai mult, 65% au indicat că timpul alocat prezentării proiectelor în fața clasei a fost limitat, ceea ce ar fi putut reduce semnificația percepută a muncii lor.

Privind spre viitor, se recomandă revizuirea programului pentru a asigura integrarea completă a acestor competențe critice, în special a aspectelor practice legate de prototipare și prezentare. În plus, constatările subliniază că elevii au apreciat oportunitatea de a gândi independent, de a propune soluții creative și de a genera idei originale. Aproape toți elevii (circa 95%) au declarat că s-au bucurat de învățarea independentă și au apreciat încurajarea profesorului de a explora domenii de interes personal.

În ansamblu, dovezile indică o experiență de învățare semnificativă pentru majoritatea participanților, cu niveluri ridicate de implicare, plăcere și dezvoltare a competențelor. Aceste răspunsuri pozitive susțin concluzia că programul SMART a contribuit în mod semnificativ la dezvoltarea academică și personală a elevilor, în special prin contextualizarea matematicii în domenii reale și relevante personal.

Capitolul 5. Studiul 3 – Experimentarea eficacității programului de intervenție bazat pe proiectele dezvoltate de elevi

5.1. Introducere

Acest studiu a evaluat programul de intervenție SMART, un model centrat pe elev și ghidat de interesele acestuia pentru predarea matematicii, conceput pe baza a 10 proiecte co-create de elevi în cercetarea pilot (Capitolul 4). Intervenția a urmărit să testeze dacă integrarea proiectelor dezvoltate de elevi în planuri de lecție structurate ar putea stimula eficient implicarea, motivația și auto-eficacitatea, reducând în același timp anxietatea legată de matematică.

5.2. Metodologie

Cercetarea a fost realizată în 2022 cu 64 de elevi de clasa a 10-a de la Liceul Leo Baeck, Haifa, Israel, împărțiți într-un grup experimental ($n = 30$) și un grup de control ($n = 27$). O versiune rafinată a scalei de atitudini față de matematică (41 de itemi, Cronbach's $\alpha = .857$) a fost administrată ca pretest și posttest. Scala a măsurat dimensiuni precum plăcerea, valoarea, interesul și talentul, anxietatea, auto-eficacitatea, design thinking și munca colaborativă. Analiza datelor a inclus statistici descriptive, teste t , teste Mann–Whitney U și modelare liniară cu efecte mixte.

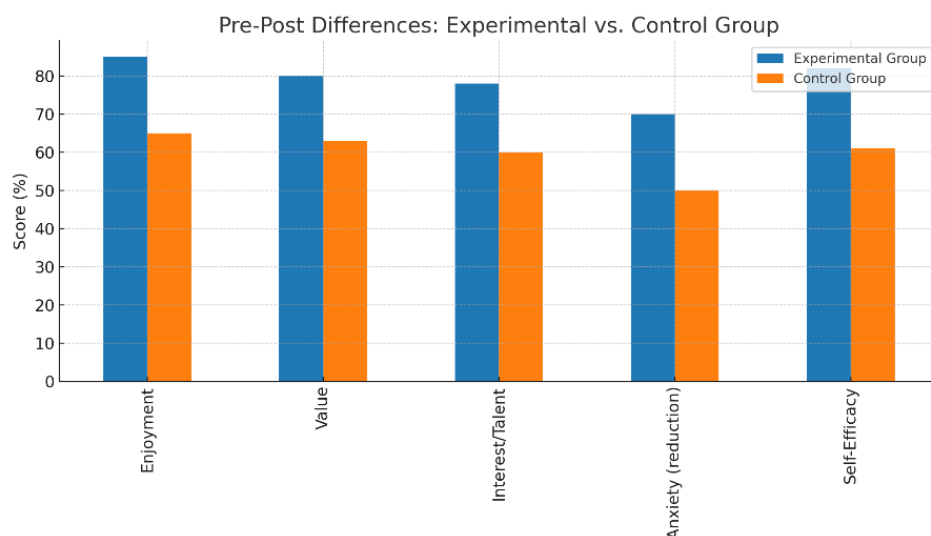
5.3 Rezultate principale

Rezultatele cantitative au relevat creșteri semnificative în plăcerea elevilor de a studia matematica și în percepția lor privind talentul/interesul, în timp ce anxietatea matematică a scăzut.

Interviurile calitative au indicat că elevii au apreciat creativitatea, independența și legătura dintre matematică și interesele lor personale.

Programul SMART a contribuit la dezvoltarea de competențe în investigare, colaborare, utilizarea instrumentelor tehnologice și reflecție critică.

Figura 4. Schimbarea atitudinii elevilor față de matematică (Pre- vs. Posttest, SMART Program)



Plăcerea și valoarea matematicii: Scorurile grupului experimental au crescut semnificativ, indicând că matematica a fost percepută ca fiind mai semnificativă, plăcută și relevantă, în timp ce scorurile grupului de control au scăzut sau au rămas stabile.

Interes și talent: Elevii din grupul experimental au înregistrat câștiguri semnificative în conectarea matematicii cu interesele personale, reflectând succesul integrării contextelor din lumea reală și a pasiunilor personale în proiectarea lecțiilor.

Anxietatea matematică: Nivelurile de anxietate au scăzut în grupul experimental, în timp ce au crescut în grupul de control, sugerând că abordările contextualizate și bazate pe interese pot stimula reziliența emoțională în învățarea matematicii.

Auto-eficacitate: Intervenția a crescut încrederea elevilor în abilitățile lor matematice și disponibilitatea lor de a aborda sarcini provocatoare.

Creativitate și gândire de design: Programul a îmbunătățit creativitatea și gândirea divergentă, elevii raportând o plăcere mai mare în rezolvarea problemelor deschise și explorare.

Colaborare: Deși ambele grupuri au început cu percepții ridicate asupra colaborării, doar grupul experimental a menținut și ușor îmbunătățit aceste niveluri, evidențiind beneficiile sociale ale învățării bazate pe proiecte.

Dezvoltarea competențelor: Elevii au evidențiat progrese în investigație, competențe tehnologice și reflecție critică, consolidând rolul programului în dezvoltarea competențelor secolului XXI.

Figura 5. Distribution of improvement across dimensions

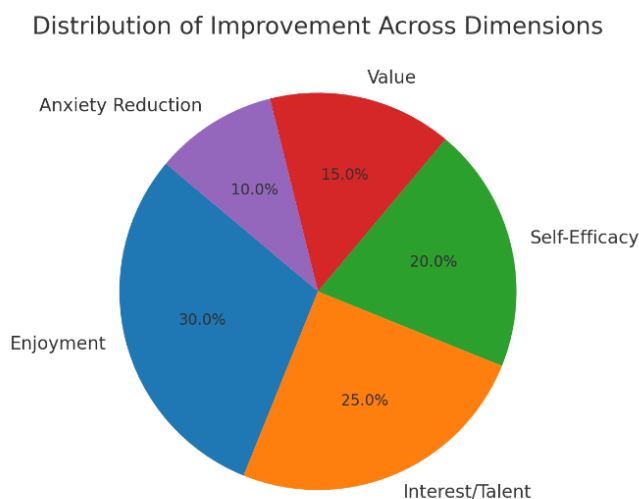


Diagrama circulară ilustrează distribuția îmbunătățirilor pe principalele dimensiuni ca urmare a programului de intervenție SMART. Rezultatele indică faptul că programul a avut cel mai mare impact asupra plăcerii elevilor de a studia matematica (30%) și asupra capacității acestora de a conecta matematica cu interesele și talentele personale (25%). Au fost observate îmbunătățiri și în ceea ce privește auto-eficacitatea (20%) și percepțiile legate de valoarea matematicii (15%). În final, reducerea anxietății matematice a reprezentat 10% din îmbunătățirile observate. Aceste rezultate evidențiază faptul că programul a fost cel mai eficient în stimularea motivației intrinseci, a încrederii și a implicării personale în matematică, reducând în același timp stresul asociat disciplinei.

5.4 Discuții și contribuții

Acest studiu demonstrează că abordările centrate pe elev, bazate pe proiecte și interdisciplinare pot transforma predarea matematicii dintr-un domeniu asociat stresului și abstractizării într-unul caracterizat prin relevanță, curiozitate și responsabilizare.

Rezultatele sunt în concordanță cu cercetările anterioare privind eficacitatea învățării bazate pe proiecte (Cai et al., 2020), reducerea anxietății matematice prin intervenții personalizate (Dowker et al., 2016) și beneficiile abordărilor STEAM și colaborative (Wang et al., 2021). Dincolo de rezultatele elevilor, cercetarea evidențiază implicații

pedagogice esențiale pentru profesori. Aceștia au nevoie de planuri de lecție structurate și de dezvoltare profesională pentru a integra cu încredere proiecte bazate pe STEAM și practici interdisciplinare (Asli & Zsoldos-Marchis, 2021, 2023b). Cadrul SMART oferă un astfel de model, combinând rigoarea cu flexibilitatea și demonstrând scalabilitate pentru inovarea curriculară la scară largă.

Figura 6. Structura conceptuală a programului SMART.

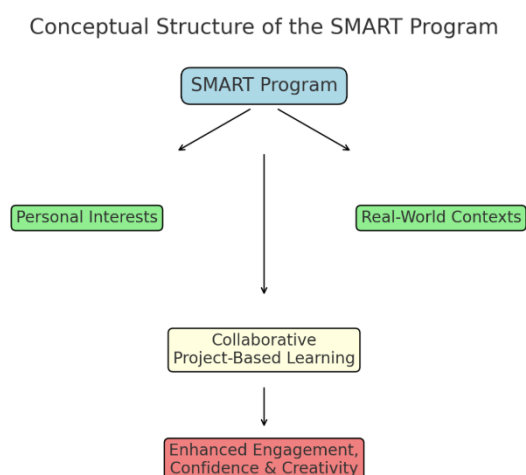


Diagrama ilustrează structura conceptuală a Programului SMART. În esență, Programul SMART integrează interesele personale ale elevilor și contexte din lumea reală pentru a crea experiențe de învățare semnificative. Aceste două puncte de intrare – interesele personale și contextul real – alimentează învățarea colaborativă bazată pe proiecte, în cadrul căreia elevii investighează, proiectează și rezolvă probleme împreună.

Prin acest proces, elevii ating un nivel sporit de implicare, încredere și creativitate. În mod specific:

- **Implicare:** Elevii devin participanți activi în parcursul lor de învățare.
- **Încredere:** Anxietatea legată de matematică scade, iar auto-eficacitatea și disponibilitatea de a aborda provocări cresc.
- **Creativitate:** Elevii dezvoltă soluții originale și exersează gândirea divergentă.

În rezumat, Programul SMART conectează interesele personale și contexte reale prin învățare colaborativă bazată pe proiecte, conducând în final la creșterea implicării, încrederii și creativității în predarea matematicii.

Programul SMART contribuie la educația matematică prin:

1. Demonstrarea faptului că integrarea intereselor elevilor crește motivația, încrederea și plăcerea de a învăța.
2. Furnizarea de dovezi că învățarea bazată pe proiecte în matematica avansată poate stimula creativitatea, rezolvarea de probleme și competențele secolului XXI.
3. Oferirea unui cadru pentru profesori de a integra contexte din lumea reală și vocea elevilor în proiectarea curriculumului.

5.5 Concluzii

Rezultatele acestui studiu subliniază potențialul transformator al integrării intereselor elevilor în educația matematică, evidențiind capacitatea acestora de a spori implicarea, motivația și abilitățile de rezolvare a problemelor. Prin adoptarea unei abordări inovatoare, centrate pe elev, care încurajează co-crearea planurilor de lecție și promovează colaborarea între elevi și profesori, matematica este reimaginată ca o disciplină semnificativă, cu impact emoțional și stimulantă intelectual. Acest model participativ le permite elevilor să preia responsabilitatea asupra învățării lor, cultivând gândirea critică, creativitatea și competențele interpersonale.

Rezultatele sunt în concordanță cu cercetările anterioare privind pedagogiile centrate pe elev în educația matematică și le extind. De exemplu, Cai et al. (2020) au demonstrat că învățarea bazată pe proiecte (PBL) crește substanțial implicarea elevilor și consolidează abilitățile lor de rezolvare a problemelor matematice, rezultate care se reflectă în entuziasmul, creativitatea și adâncimea înțelegerii observate în rândul participanților la programul SMART. În mod similar, Dowker et al. (2016) au constatat că intervențiile pedagogice ținute pot reduce semnificativ anxietatea matematică și pot promova plăcerea de a studia această disciplină. Aceste constatări se regăsesc și în relatările mai multor elevi din prezentul studiu, care au descris trecerea de la anxietate și evitare la curiozitate și plăcere atunci când s-au implicat în activități matematice cu semnificație personală.

Studiul actual susține, de asemenea, concluzia lui Wang et al. (2021) că proiectele colaborative și interdisciplinare, în special în contexte STEAM, pot stimula munca în echipă, gândirea critică și implicarea profundă. Mediul SMART a facilitat nu doar colaborarea între elevi, ci și dialogul activ elev-profesor, conducând la un discurs matematic mai bogat și la cunoaștere co-construită.

În plus, deși accentul principal al studiului este asupra elevilor, acesta confirmă și constatările anterioare privind dezvoltarea profesională a profesorilor. Asli și Zsoldos-Marchis (2021, 2023b) au subliniat că mulți profesori se simt nepregătiți să implementeze lecții bazate pe STEAM sau interdisciplinare din cauza instruirii limitate în discipline non-matematice. În conformitate cu concluziile lor, această cercetare evidențiază importanța planurilor de lecție structurate, transdisciplinare, și a oportunităților de dezvoltare profesională pentru a consolida încrederea profesorilor. Aceste măsuri sunt esențiale pentru scalarea și susținerea abordărilor inovatoare precum programul SMART în contexte educaționale diverse.

În ciuda acestor rezultate promițătoare, sunt necesare cercetări suplimentare pentru a examina implicațiile pe termen lung ale abordărilor centrate pe elev și bazate pe interese în matematică. Studiile viitoare ar trebui să evalueze impactul asupra performanței elevilor, implicarea susținută și atitudinile în timp, precum și fezabilitatea integrării acestor practici în formarea profesorilor și reformele curriculare sistemice.

Capitolul 6. Concluzii

Această cercetare doctorală și-a propus să reimagineze predarea și învățarea matematicii avansate în liceele din Israel, provocând paradigmele tradiționale și propunând un model pedagogic alternativ, centrat pe elev. În centrul acestei viziuni se află Programul SMART, un cadru inovator care poziționează elevii ca co-creatori ai experiențelor de învățare matematică. Prin integrarea intereselor lor personale, promovarea colaborării și utilizarea tehnologiei, programul urmărește să creeze experiențe educaționale emoțional relevante, semnificative și responsabilizante.

Rezultatele studiilor realizate evidențiază o schimbare profundă în modul în care elevii relaționează cu matematica atunci când vocile, experiențele și pasiunile lor sunt recunoscute și integrate în procesul de învățare. În loc să perceapă matematica ca pe un domeniu rigid, extern și deconectat de viața lor, elevii au început să o vadă ca pe un domeniu al creativității, explorării și relevanței personale. Această transformare a fost deosebit de evidentă în studiul 2, desfășurat cu un grup mic de elevi în cadrul meditațiilor private, unde elevii care anterior întâmpinau dificultăți în menținerea motivației au devenit profund implicați în proiectarea lecțiilor inspirate de interesele lor — de la muzică și artă la arhitectură și sport. Prin acest proces, nu doar că și-au consolidat înțelegerea conceptelor matematice, dar au dezvoltat și o conexiune emoțională mai profundă cu materia.

Studiul 3, realizat în contextul clasei, a confirmat aceste efecte într-un cadru formal de învățare. Când elevii au colaborat cu profesorul pentru a proiecta planuri de lecție bazate pe interesele lor, dinamica clasei s-a schimbat dramatic. Elevii au manifestat autonomie sporită, curiozitate și responsabilitate față de propria învățare. Acest proces de co-creare a încurajat, de asemenea, un sentiment de respect reciproc și comunitate între elevi și profesori, rezonând cu obiective pedagogice mai largi, precum predarea dialogică și educația democratică.

6.1. Dimensiunea emoțională și social a învățării

O contribuție centrală a acestei cercetări este atenția acordată dimensiunilor emoționale și sociale ale învățării matematicii. Programul SMART subliniază faptul că emoțiile nu sunt secundare cogniției, ci parte integrantă a acesteia, în special într-o disciplină precum matematica, adesea percepută ca intimidantă sau alienantă. Prin crearea unui spațiu pentru auto-exprimare și construire

de sens comun, programul ajută la demolarea barierelor emoționale și sprijină dezvoltarea dispozițiilor afective pozitive, precum încrederea, curiozitatea și bucuria.

Elevii au raportat că se simt „văzuți”, „auziți” și „respectați”, sentimente rar asociate cu predarea tradițională a matematicii. Aceste experiențe emoționale s-au transformat în implicare crescută, perseverență în rezolvarea problemelor și o mai mare disponibilitate de a-și asuma riscuri intelectuale. În acest fel, clasa a devenit nu doar un spațiu pentru acumularea de cunoștințe, ci și un loc pentru construirea relațiilor, negocierea identității și sentimentul de apartenență.

6.2. Implicații pedagogice

Implicațiile acestor rezultate pentru educația matematică din Israel sunt substanțiale. Această cercetare contestă dominația modelelor de predare uniforme, cu miză ridicată, care pun accent pe competența tehnică în detrimentul profunzimii conceptuale și semnificației personale. Studiul sugerează că matematica avansată poate și ar trebui predată într-un mod care să respecte identitatea, vocea și experiențele trăite ale elevilor.

Programul SMART oferă un cadru flexibil și scalabil pentru implementarea acestei viziuni. Principiile sale cheie — autonomia elevului, învățarea bazată pe interese, proiectarea colaborativă și practica reflexivă — pot fi adaptate într-o gamă largă de contexte educaționale. Este important de subliniat că programul nu compromite rigoarea matematică. Dimpotrivă, aceasta este consolidată prin încorporarea conceptelor abstracte în medii bogate emoțional și contextual, sprijinind învățarea aprofundată și aliniindu-se cu tendințele globale în educația STEM, care pun accent pe creativitate, gândire critică și abordări interdisciplinare.

Mai mult, cercetarea evidențiază rolul evolutiv al profesorului, nu ca autoritate unică sau simplu transmitător de conținut, ci ca facilitator, co-elev și mediator cultural. Profesorii care adoptă abordarea SMART trebuie să fie deschiși la ascultare profundă, experimentare pedagogică și reflecție continuă. Această schimbare de paradigmă are implicații semnificative pentru formarea inițială și dezvoltarea profesională a cadrelor didactice, necesitând programe de pregătire care să echipeze educatorii pentru a prospera în medii dinamice de învățare centrate pe elev.

6.3. Limitări și direcții pentru cercetări viitoare

Deși această cercetare oferă dovezi convingătoare privind potențialul Programului SMART, ea nu este lipsită de limitări. Studiile au fost realizate în contexte relativ mici și specifice: un mediu de meditații acasă și o singură clasă de liceu, cercetătorul având un rol central și dual, atât de facilitator, cât și de observator. Deși acest lucru a permis obținerea de perspective bogate și

implementarea adaptivă, poate introduce, de asemenea, biasuri și poate limita generalizarea rezultatelor.

Cercetările viitoare ar trebui să exploreze aplicații mai largi ale modelului SMART în diverse medii educaționale și cu diferiți facilitatori. Studiile longitudinale ar putea evidenția efectele pe termen lung ale mediilor de învățare co-creative, bazate pe interese, asupra înțelegerii matematice, formării identității și traiectoriilor academice ale elevilor. În plus, trebuie analizat suportul sistemic — curricular, instituțional și la nivel de politici — pentru a evalua modul în care astfel de modele ar putea fi integrate durabil în sistemele naționale de învățământ.

Un domeniu deosebit de important pentru investigațiile viitoare este dezvoltarea profesională a profesorilor. Integrarea cadrului SMART în formarea inițială și continuă a cadrelor didactice ar putea cultiva o nouă generație de educatori echipați cu mentalități, instrumente și încredere pentru a promova abordări emoțional conștiente, interdisciplinare și centrate pe elev în predarea matematicii.

6.4. Reflecții finale

Această teză solicită, în cele din urmă, o reconceptualizare a educației matematice ca o activitate profund umană, creativă și relațională. Ea contestă narațiunile predominante despre competența și succesul matematic, susținând că atunci când elevii sunt invitați să aducă întregul lor sine în procesul de învățare, când sunt tratați nu doar ca simpli cursanți, ci ca co-autori, matematica devine un spațiu al conexiunii, imaginației și semnificației.

Programul SMART nu este o soluție fixă, ci un cadru dinamic care plasează elevii în centrul procesului de învățare. El prezintă o viziune optimistă pentru viitorul educației matematice: un viitor în care fiecare elev, indiferent de context, abilități sau experiențe anterioare, se poate regăsi în disciplină și își poate descoperi propriul drum în cadrul acesteia.

Această călătorie a început cu un grup mic de elevi și o viziune personală, dar implicațiile sale se extind mult dincolo. Ea se alătură unui corp tot mai mare de cercetări care susțin abordările umaniste și centrate pe elev, în special în discipline considerate tradițional ca fiind detașate emoțional sau rigide.

Modelul SMART demonstrează că rigoarea matematică și creativitatea elevului nu sunt opuse, ci se îmbogățesc reciproc. Prin fundamentarea matematicii în relevanță, emoție și voce, nu îi diminuăm puterea, ci o aprofundăm. Ajutăm elevii să dezvolte relații personale și durabile cu disciplina — relații bazate nu pe frică sau performanță, ci pe curiozitate, semnificație și posibilitate.

Desigur, implementarea acestei viziuni necesită curaj, flexibilitate și suport sistemic. Ea solicită educatorilor să cedeze o parte din control, curriculumurilor să permită spațiu pentru explorare și

instituțiilor să investească în dezvoltarea profesională și schimbarea culturală. Dar rezultatele sunt clare: atunci când elevilor li se acordă încredere să conducă procesul, ei răspund provocării. Când interesele lor sunt respectate, motivația crește. Iar atunci când se simt conectați emoțional la ceea ce învață, acea învățare îi însoțește mult dincolo de test.

Această cercetare reprezintă doar începutul. Există încă multe de explorat: cum poate fi scalat modelul SMART, cum pot fi sprijiniți profesorii în adoptarea sa și cum poate fi măsurat impactul său pe termen lung. Totuși, dacă există o lecție durabilă din această lucrare, ea este aceasta: matematica poate fi o sursă de responsabilizare. Un loc unde logica întâlnește imaginația, unde structura se întâlnește cu creativitatea și unde fiecare elev poate găsi nu doar răspunsuri, ci și o reflecție a propriei persoane.

Această teză este atât o reflecție, cât și o invitație: o reflecție asupra a ceea ce este posibil atunci când permitem elevilor să-și modeleze propria învățare și o invitație pentru educatori, cercetători și factori de decizie să reimagineze ce poate fi cu adevărat educația matematică. Să nu ne întrebăm doar cât de bine performează elevii în matematică, ci și cât de profund se conectează cu disciplina, cât de încrezător se angajează în ea și cât de semnificativ reflectă aceasta cine sunt și cine pot deveni.

Bibliografie

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. Longman.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.
<https://doi.org/10.1023/A:1022103903080>

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 797–810.

Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185.
<https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196>

Asli, A., & Zsoldos-Marchis, I. (2021). Teaching applications of mathematics in other disciplines: Teachers' opinion and practice. *Acta Didactica Napocensia*, 14(1), 142–150.
<https://doi.org/10.24193/adn.14.1.11>

Asli, A., & Zsoldos-Marchis, I. (2023a). The effect of an intervention with teaching applications of mathematics on students' attitudes and achievement. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 17(2), 27–45.

Asli, A., & Zsoldos-Marchis, I. (2023b). Teaching applications of mathematics: The effect of the intervention on the participating teachers. *Studia Psychologia-Paedagogia*, 68(1), 95–110. <https://doi.org/10.24193/subbypsyped.2023.1.05>

Attard, C., & Holmes, K. (2020). Technology-enabled mathematics education: Optimising student engagement. Routledge.

Bandura, A. (1997). Self-efficacy: The exercise of control. W. H. Freeman.

Barber, M., & Mourshed, M. (2007). How the world's best-performing school systems come out on top. McKinsey & Company. <https://www.mckinsey.com/industries/public-and-social-sector/our-insights/how-the-worlds-best-performing-schools-come-out-on-top>

Barron, B., & Darling-Hammond, L. (2008). Teaching for meaningful learning: A review of research on inquiry-based and cooperative learning. In L. Darling-Hammond, B. Barron,

- P. D. Pearson, A. H. Schoenfeld, E. K. Stage, T. D. Zimmerman, G. N. Cervetti, & J. L. Tilson (Eds.), *Powerful learning: What we know about teaching for understanding* (pp. 11–70). Jossey-Bass/Edutopia Foundation.
- Barron, B. J., Schwartz, D. L., Vye, N. J., Moore, A., Petrosino, A., Zech, L., & Bransford, J. D. (1998). Doing with understanding: Lessons from research on problem- and project-based learning. *The Journal of the Learning Sciences*, 7(3–4), 271–311.
- Barrows, H. S. (1996). Problem-based learning in medicine and beyond: A brief overview. In L. Wilkerson & W. H. Gijselaers (Eds.), *Bringing problem-based learning to higher education: Theory and practice* (pp. 3–12). Jossey-Bass.
- Bason, C. (2017). *Leading public design: Discovering human-centered governance*. Policy Press.
- Becker, J. P., & Shimada, S. (Eds.). (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- Beilock, S. L., & Willingham, D. T. (2014). Math anxiety: Can teachers help students reduce it? *American Educator*, 38(2), 28-32.
- Beilock, S. L., & Maloney, E. A. (2015). Math anxiety: A factor in math achievement not to be ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 2(1), 4–12.
<https://doi.org/10.1177/2372732215601438>
- Beilock, S. L., & Willingham, D. T. (2014). Math anxiety: Can teachers help students reduce it? *American Educator*, 38(2), 28-32.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. International Society for Technology in Education.
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., & Ripley, M. (2012). Defining twenty-first century skills. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17–66). Springer.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5–31.
<https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>

- Blikstein, P. (2013). Digital Fabrication and 'Making' in Education: The Democratization of Invention. In J. Walter-Herrmann & C. Büching (Eds.), *FabLab: Of Machines, Makers and Inventors* (pp. 203–222). Bielefeld: transcript Verlag.
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. Longmans, Green.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26(3–4), 369–398.
https://doi.org/10.1207/s15326985ep2603&4_8
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex, and setting*. Open University Press.
- Boaler, J. (1999). Participation, knowledge, and beliefs: A community perspective on mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 259-281.
- Boaler, J. (2002). Learning from teaching: Exploring the relationship between reform curriculum and equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 239-258.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages, and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Boekaerts, M. (1999). Self-regulated learning: A new concept embraced by researchers, policymakers, and practitioners. *Learning and Teaching*, 9(2), 117-140.
- Bower, M. (2017). *Design of technology-enhanced learning: Integrating research and practice*. Emerald Publishing.
- Bragg, L. A. (2007). Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: A methodological dilemma. *Mathematics Education Research Journal*, 19(1), 29–44. <https://doi.org/10.1007/BF03217449>
- Brown, T. (2009). *Change by Design: How Design Thinking Creates New Alternatives for Business and Society*. HarperBusiness.
- Bruner, J. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31(1), 21-32.
- Buyse, V., Sparkman, K. L., & Wesley, P. W. (2003). Communities of practice: Connecting what we know with what we do. *Exceptional Children*, 69(3), 263–277.
<https://doi.org/10.1177/001440290306900301>

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2020). Problem-posing research in mathematics education: Some questions we can ask. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 1–22.

Calvert, L. (2016). Moving from compliance to agency: What teachers need to make professional learning work. Learning Forward & National Commission on Teaching & America's Future. <https://learningforward.org/wp-content/uploads/2017/08/moving-from-compliance-to-agency.pdf>

Capraro, R. M., & Slough, S. W. (2013). *Project-Based Learning: An Integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Approach*. Springer.

Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001). Peer instruction: Ten years of experience and results. *American Journal of Physics*, 69(9), 970-977.

Dan, A., & Benovich, Y. (2023). Academic procrastination and perceptions of academic success in Israeli high-school students. *Psychology*, 14(8), 1413–1425.
<https://doi.org/10.4236/psych.2023.148080>

Darling-Hammond, L., Barron, B., Pearson, P. D., Schoenfeld, A. H., Stage, E. K., Zimmerman, T. D., Cervetti, G. N., & Tilson, J. L. (2008). *Powerful learning: What we know about teaching for understanding*. Jossey-Bass.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Plenum.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2000). The “what” and “why” of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), 227–268.
https://doi.org/10.1207/S15327965PLI1104_01

Defined Learning. (2023). The importance of incorporating transversal skills into teaching and learning. Retrieved from <https://blog.definedlearning.com/the-importance-of-incorporating-transversal-skills-into-teaching-and-learning>.

Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. Macmillan.

Di Martino, P., & Zan, R. (2010). ‘Me and maths’: Towards a definition of attitude function. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27-48.

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, 7, 508.

- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213–234. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-0>
- DuFour, R., Eaker, R., Many, T., & Mattos, M. (2016). *Learning by doing: A handbook for professional learning communities at work* (3rd ed.). Solution Tree Press.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random House.
- Eccles, J. S. (2005). Subjective task value and the Eccles et al. model of achievement-related choices. In A. J. Elliot & C. S. Dweck (Eds.), *Handbook of competence and motivation* (pp. 105-121). Guilford Press.
- Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. *Annual Review of Psychology*, 53(1), 109-132.
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136(1), 103–127. <https://doi.org/10.1037/a0018053>
- Feinstein, N. W., Allen, S., & Jenkins, E. (2013). Outside the pipeline: Reimagining science education for nonscientists. *Science*, 340, 314-317.
- Frensham, P., Gunstone, R., & White, R. (2016). *The content of science: A constructivist approach to its teaching and learning*. Routledge.
- Fredricks, J. A., Blumenfeld, P. C., & Paris, A. H. (2004). School engagement: Potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research*, 74(1), 59-109.
- Freeman, S., et al. (2014). Active learning increases student performance in STEM. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410-8415.
- Frenzel, A. C., Goetz, T., Lüdtke, O., Pekrun, R., & Sutton, R. E. (2009). Emotional transmission in the classroom: Exploring the relationship between teacher and student enjoyment. *Journal of Educational Psychology*, 101(3), 705–716. <https://doi.org/10.1037/a0014695>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Springer.

- Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representations in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 209–219.
https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0203_3
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2012). The role of parents and teachers in the development of gender-related math attitudes. *Sex Roles*, 66, 153–166.
<https://doi.org/10.1007/s11199-011-9996-2>.
- Hadwin, A. F., Järvelä, S., & Miller, M. (2011). Self-regulated learning in the classroom: A perspective from social cognitive theory. In B. J. Zimmerman & D. H. Schunk (Eds.), *Handbook of Self-Regulation of Learning and Performance* (pp. 65–84). Routledge.
- Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations, and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25-46.
- Hasso Plattner Institute of Design at Stanford University. (n.d.). d.school. Retrieved April 13, 2025, from <https://dschool.stanford.edu/>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Heimberg, R. G., Rapee, R. M., & Turk, C. L. (2002). A Cognitive-behavioral formulation of social phobia. In R. G. Heimberg, & R. E. Becker (Eds.), *Cognitive-Behavioral Group Therapy for Social Phobia* (pp. 93-106). Guilford Press.
- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 33-46.
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235-266.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99–107.
- Hoyles, C., & Lagrange, J. B. (2009). Mathematics education and technology, Rethinking the terrain: The 17th ICMI study. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0>
- Hyde, J. S., & Linn, M. C. (1988). Gender differences in verbal ability: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 104(1), 53–69. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.104.1.53>

- IDEO & Riverdale Country School. (2012). Design thinking for educators (2nd ed.). IDEO. <https://designthinking.ideo.com/resources/design-thinking-for-educators>
- Jonassen, D. H. (2011). Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments. Routledge.
- Kaput, J., & Roschelle, J. (2013). The mathematics of change and variation from a millennial perspective: New content, new context. In C. Hoyles, C. Morgan, & G. Woodhouse (Eds.), *Mathematics for a new millennium* (pp. 155–170). Springer.
- Koh, J. H. L., Chai, C. S., Wong, B., & Hong, H. Y. (2015). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) and Design Thinking: A Framework to Support ICT Lesson Design for 21st Century Learning. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 24(3), 493–503. <https://doi.org/10.1007/s40299-015-0237-2>
- Kolodner, J. L., Camp, P. J., Crismond, D., Fasse, B., Gray, J., Holbrook, J., ... & Ryan, M. (2003). Problem-based learning meets case-based reasoning in the middle-school science classroom: Putting Learning by Design into practice. *Journal of the Learning Sciences*, 12(4), 495–547.
- Krajcik, J. S., & Blumenfeld, P. C. (2006). Project-based learning. In *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 317-334).
- Krajcik, J. S., & Shin, N. (2014). Project-based learning. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 275-297). Cambridge University Press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9071-z>
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 8(3), 233–251.

- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Sense Publishers.
- Lepper, M. R., Corpus, J. H., & Iyengar, S. S. (2005). Intrinsic and extrinsic motivational orientations in the classroom. *Journal of Educational Psychology*, 97(2), 184-196.
- Liedtka, J. (2015). Perspective: Linking design thinking with innovation outcomes through cognitive bias reduction. *Journal of Product Innovation Management*, 32(6), 925–938.
- Liedtka, J., & Ogilvie, T. (2011). *Design for growth: A design thinking tool kit for managers*. Columbia Business School Publishing.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2021). Problem solving in mathematics instruction and teacher professional development. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-76955-5>
- London, E. (2022). Changing students' attitudes toward mathematics through creative STEAM projects designed and executed by them (SMART program). *Acta Didactica Napocensia*, 15(2), 269–277. <https://doi.org/10.24193/adn.15.2.18>
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2012). When Math Hurts: Math Anxiety and the Brain's Response to Anticipated Math Tasks. *Psychological Science*, 23(5), 534–543.
- Ma, X., & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26-47.
- Macaro, E. (2006). *Strategies for language learning and teaching*. Continuum.
- Madjar, N., Shachar, H., & Yaara, S. (2018). Predictors of math anxiety in Israeli middle school students: The roles of gender, school transitions, and academic achievement. *Learning and Individual Differences*, 63, 35–44.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.02.010>
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, 16(8), 404–406.
<https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.06.008>
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2017). Understanding and reducing math anxiety: A comprehensive review. *Journal of Educational Psychology*, 109(3), 355-372.

- Martin, R. (2009). *The design of business: Why design thinking is the next competitive advantage*. Harvard Business Press.
- Mazur, E. (1997). *Peer Instruction: A User's Manual*. Prentice Hall.
- Meyer, A., Rose, D. H., & Gordon, D. (2014). *Universal design for learning: Theory and practice*. CAST Professional Publishing.
- Middleton, J. A., & Spanias, P. A. (1999). Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 65–88. <https://doi.org/10.2307/749630>
- Ministry of Education Report. (2021). Pilot programs for PBL in mathematics.
- Mizrahi, E., & Gal, N. (2016). Addressing mathematics anxiety: Strategies for high school teachers in Israel. *Educational Innovations*, 14(6), 522-536.
- Moore, K. D. (2007). *Classroom teaching skills* (7th ed.). McGraw-Hill.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. IMFUFA–Roskilde University.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Springer.
- OECD. (2013). *PISA 2012 results: Ready to learn—Students' engagement, drive and self-beliefs* (Vol. III). OECD Publishing.
- OECD (2018). *The Future of Education and Skills: Education 2030*. OECD Publishing.
- OECD. (2019a). *PISA 2021 mathematics framework (draft)*. Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://www.oecd.org/pisa/>
- OECD. (2019b). *OECD learning compass 2030: A series of concept notes*. Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://www.oecd.org/education/2030-project/>
- Pajares, F., & Graham, L. (1999). Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 124-139.
- Panadero, E. (2017). A Review of Self-Regulated Learning: Six Models and Four Directions for Research. *Frontiers in Psychology*, 8, 1-28. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00422>

- Pane, J. F., Steiner, E. D., Baird, M. D., Hamilton, L. S., & Pane, J. D. (2015). *Informing Progress: Insights on Personalized Learning Implementation and Effects*. RAND Corporation.
- Pellegrino J. W. & Hilton M. L. (Eds.) (2012). *Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century*. Washington: The National Academies Press.
- Piaget, J. (1950). *The psychology of intelligence*. Routledge & Kegan Paul.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s10758-010-9158-6>
- Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-Regulation* (pp. 451-502). San Diego: Academic Press.
- Plattner, H., Meinel, C., & Leifer, L. (2009). *Design thinking: Understand – improve – apply*. Springer.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Ramirez, G., Shaw, S. T., & Maloney, E. A. (2018). Math anxiety: Past research, promising interventions, and a new interpretation framework. *Educational Psychologist*, 53(3), 145–164. <https://doi.org/10.1080/00461520.2018.1447384>.
- Razzouk, R., & Shute, V. J. (2012). What is Design Thinking and Why is It Important? *Review of Educational Research*, 82(3), 330-348.
- Redecker, C. (2017). *European framework for the digital competence of educators: DigCompEdu*. Publications Office of the European Union. <https://doi.org/10.2760/159770>.
- Renninger, K. A., & Hidi, S. (2016). *The power of interest for motivation and engagement*. Routledge.
- Renninger, K. A., & Hidi, S. (2019). The power of interest for motivation and engagement. *Educational Psychologist*, 54(3), 157-169. <https://doi.org/10.1080/00461520.2019.1637077>
- Resnick, M. (2003). *Learning in the Digital Age: The Role of Technology in Creative Learning*.

- Rosenblum, D. (2009). The Impact of Project-Based Learning in High School Mathematics: Bridging Theory and Practice. *Mathematics Education Review*, 19(1), 71-85.
- Rowe, P. G. (1987). *Design thinking*. MIT Press.
- Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Incorporating internet resources into classroom practice: Pedagogical perspectives and strategies of secondary-school subject teachers. *Computers & Education*, 50(1), 223–247.
<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2006.06.001>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68-78.
- Sawyer, R. K. (2012). *Explaining creativity: The science of human innovation* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Schleicher, A. (2018). *Teaching for the Future: The Importance of Transversal Competencies in Education*. OECD Education Working Papers No. 176, OECD Publishing.
- Schleicher, A. (2018). *Teaching for the future: The importance of transversal competencies in education*. OECD Education Working Papers, No. 176.
- Schoenfeld, A. H. (2016). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge.
- Schunk, D. H., & Pajares, F. (2002). The development of academic self-efficacy. In A. Wigfield & J. Eccles (Eds.), *Development of achievement motivation* (pp. 15-31). Academic Press.
- Schunk, D. H., & Zimmerman, B. J. (1994). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist*, 29(1), 3-17.
- Schunk, D. H., & Zimmerman, B. J. (2012). *Motivation and self-regulated learning: Theory, research, and applications*. Routledge.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Basic Books.
- Schwartz, G., Avargil, S., Herscovitz, O., & Dori, Y. J. (2017). The case of middle and high school chemistry teachers implementing technology: using the concerns-based

adoption model to assess change processes. *Chemistry Education Research and Practice*, 18(2), 214–232. <https://doi.org/10.1039/C6RP00193A>

Serin, H. (2023). Mathematics Anxiety: Overcoming Challenges and Achieving Success. *International Journal of Social Sciences & Educational Studies*, 10(2), 383-389. DOI: 10.23918/ijsses.v10i2p383

Stanford d.school. (2015). Design thinking for educators. Stanford University. <https://designthinkingforeducators.com>

Steele, C. M. (1997). A threat in the air: How stereotypes shape intellectual identity and performance. *American Psychologist*, 52(6), 613–629. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.52.6.613>

Suprayogi, M. N., Valcke, M., & Godwin, R. (2017). Teachers and their implementation of differentiated instruction in the classroom. *Teaching and Teacher Education*, 67, 291–301. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.06.020>

Thomas, J. W. (2000). A review of research on project-based learning. The Autodesk Foundation.

Tomlinson, C. A., & Eidson, C. C. (2003). *Differentiation in practice: A resource guide for differentiating curriculum, grades 5–9*. ASCD.

Tomlinson, C. A., & Strickland, C. A. (2005). *Differentiation in practice: A resource guide for differentiating curriculum, grades 9–12*. ASCD.

Tomlinson, C. A. (2014). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners* (2nd ed.). ASCD.

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-3468-5>

Vukovic, R. K., Roberts, S. O., & Green Wright, L. (2013). From parental involvement to children's mathematical performance: The role of mathematics anxiety. *Early Education and Development*, 24(4), 446–467. <https://doi.org/10.1080/10409289.2012.693430>

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

- Wang, L., Huang, Y., & Hsieh, H. H. (2021). Enhancing collaborative creativity in STEAM education: A case study of students' co-creation of mathematical games. *Thinking Skills and Creativity*, 39, 100759. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2020.100759>
- Watt, H. M. G. (2004). Development of adolescents' self-perceptions, values, and task perceptions according to gender and domain in mathematics and English. *Journal of Educational Psychology*, 96(2), 236-254.
- Watt, H. M. G., Eccles, J. S., & Durik, A. M. (2012). Theories of motivation in educational psychology: A contemporary perspective. In K. R. Harris et al. (Eds.), *APA educational psychology handbook: Vol. 2. Individual differences and cultural and contextual factors* (pp. 67–94). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/13274-003>
- Wei, R. C., Darling-Hammond, L., Andree, A., Richardson, N., & Orphanos, S. (2009). *Professional learning in the learning profession: A status report on teacher development in the United States and abroad*. Dallas, TX: National Staff Development Council
- Weimer, M. (2013). *Learner-centered teaching: Five key changes to practice* (2nd ed.). Jossey-Bass
- Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2000). Expectancy–value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 68-81.
- Winne, P. H., & Hadwin, A. F. (1998). Learning as self-regulated learning. In D. H. Schunk & B. J. Zimmerman (eds.), *Self-regulated learning: From instruction to reflective self-practice* (pp. 277-304). New York: Guilford Press.
- Yuliani, R. E., Suryadi, D., & Dahlan, J. A. (2019). Analysis of mathematics anxiety of junior high school students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4), 042053. DOI: 10.1088/1742-6596/1157/4/042053
- Zan, R., & Di Martino, P. (2007). Attitudes towards mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(1), 157-168.
- Zimmerman, B. J. (2000). Self-efficacy: An essential motive to learn. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 82-91.
- Zimmerman, B. J. (2001). *Theories of self-regulated learning and academic achievement*. Academic Press.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a Self-Regulated Learner: An Overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64-70.

Zimmerman, B. J., & Schunk, D. H. (2011). *Self-regulated learning and academic achievement: Theoretical perspectives*. Routledge.